

Marcelo Campos Rebouças
Mateus de Lima Freitas

**Adaptação do tomógrafo de impedância elétrica para estimação de
imagens de diferenças de perfusão sanguínea cerebral**

São Paulo
Dezembro de 2009

Marcelo Campos Rebouças

Mateus de Lima Freitas

**Adaptação do tomógrafo de impedância elétrica para estimação de
imagens de diferenças de perfusão sanguínea cerebral**

Monografia apresentada à
Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para a obtenção do
grau de Bacharel em Engenharia

Área: Engenharia Mecatrônica
e de Sistemas Mecânicos

Orientador: Prof. Dr. Raul
Gonzalez de Lima

São Paulo
Dezembro de 2009

Marcelo Campos Rebouças

Mateus de Lima Freitas

**Adaptação do tomógrafo de impedância elétrica para estimação de
imagens de diferenças de perfusão sanguínea cerebral**

Monografia apresentada à
Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para a obtenção do
grau de Bacharel em Engenharia

Área: Engenharia Mecatrônica
e de Sistemas Mecânicos

Orientador: Prof. Dr. Raul
Gonzalez de Lima

São Paulo
Dezembro de 2009

FICHA CATALOGRÁFICA

Freitas, Mateus de lima e Rebouças, Marcelo Campos

Adaptação do tomógrafo de impedância elétrica para estimação de imagens de diferenças de perfusão sanguínea cerebral / Marcelo Campos Rebouças e Mateus de Lima Freitas. – São Paulo, 2009

Dissertação (bacharelado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de engenharia mecatrônica e de sistemas mecânicos

1.Engenharia 2.Engenharia Mecatrônica 3. 4.Curso de graduação 5.

Agradecimentos

Ao professor Raul pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante todo o trabalho.

Ao voluntário Cássio pela confiança, disposição e ajuda.

Aos amigos Olavo e Julio pelas explicações e colaboração durante todo o trabalho.

De Mateus

À minha noiva Luciana pela compreensão, carinho, amor e ajuda nos momentos de ansiedade.

Aos meus pais que proporcionaram minha educação, minha formação e me mostraram as virtudes

Às minhas irmãs pelo apoio e motivação e pela presença constante em minha vida.

Resumo

A tomografia de impedância elétrica (TIE) é uma técnica médica não invasiva que objetiva construir imagens de partes do corpo a partir das propriedades elétricas dos tecidos humano. Ela é baseada na medida dos potenciais elétricos na superfície corporal, a partir dos quais se pode calcular a resistividade dos tecidos internos. A possibilidade de uso de imagens de TIE do cérebro humano em casos de acidente vascular cerebral (AVC) é bastante interessante quando se quer distinguir entre um AVC isquêmico e um AVC hemorrágico, por exemplo. Esta diferença pode ser detectada, pois a condutividade elétrica fica alterada em relação às estruturas normais. Com o objetivo de se estudar a aplicação da TIE para observar as alterações da condutividade do tecido cerebral devido à perfusão sanguínea (ou a sua falta), propõe-se o desenvolvimento de um algoritmo de estimação de imagens cerebrais. A partir de um sistema existente usado para obtenção de imagens pulmonares, serão feitas adaptações para captação, processamento e análise de dados da condutividade dos tecidos do cérebro. Tal desenvolvimento será feito com a modelagem do cérebro e suas características anatômicas em um modelo de elementos finitos, adaptação do hardware para obtenção dos dados do potencial elétrico no crânio e desenvolvimento de algoritmos para cálculo da resistividade dos tecidos cerebrais.

Palavras-chave: Tomografia. Impedância elétrica. TIE. Método da caixa-preta. Matriz de sensibilidade

Abstract

The electrical impedance tomography (EIT) is a non-invasive medical technique which aims to create images of internal parts of the human body from the electrical properties of the tissue. Based on the measurement of electrical potentials on the body surface, the TIE can estimate the resistivity of the internal tissues. The possibility of use EIT images of the human brain in cases of cerebral vascular accident is very interesting when regarding the distinction from a hemorrhagic to a ischemic stroke, for example. This difference can be detected because the electrical conductivity is changed in relation to normal structures after each type of accident. In order to apply of EIT to observe the changes in conductivity of brain tissue due to blood perfusion(or lack of it), proposes the development of a brain image estimation algorithm. From an existing equipment, used for estimate pulmonary images, adjustments will be made for capturing, processing and analysis of the conductivity of brain tissue. Such development will be done with modeling of the brain and its anatomical characteristics in a finite element model and an algorithm for calculation the resistivity of brain tissue.

Keywords: Tomography. Electrical impedance. EIT. Black-box method. Sensibility matrix.

Sumário

1.	Introdução	11
1.1	Histórico	11
2.	Motivação	13
3.	Objetivo	15
4.	Revisão da Literatura	16
4.1	Anatomia	16
4.2	A Tomografia de Impedância Elétrica	17
4.3	Equacionamento	18
4.4	Método dos Elementos Finitos	20
4.4.1	Elemento Triangular	22
4.4.2	Elemento tetraédrico	24
4.5	O eletrodo	25
4.6	O algoritmo da TIE	26
4.7	Matriz de sensibilidades – Método da caixa-preta	28
4.7.1	Determinação de B	29
4.7.2	Índice de erro	31
4.7.3	Regularizações	32
4.8	Materiais	32
5.	Metodologia e resultados	34
5.1	Modelo 2D	34
5.1.1	Malha	34
5.1.2	O algoritmo	35
5.1.3	Simulação	36
5.1.4	Resultados	37
5.1.5	Imagens experimentais	43

	9
5.2 Modelo 3D	45
5.2.1 Modelo e malha 3D	45
5.2.2 Simulação	47
5.3 Imagens experimentais	48
6. Discussão	50
7. Conclusão	52
8. Referências Bibliográficas	53

Lista de Figuras

Figura 1. Elemento triangular plano.....	22
Figura 2. Elemento tetraédrico tridimensional.....	24
Figura 3. Modelagem do eletrodo em elementos finitos.	26
Figura 4. Aparelho utilizado atualmente.....	33
Figura 5. Modelo da malha em elementos finitos.....	35
Figura 6. Modelo do eletrodo 2D em elementos finitos.....	35
Figura 8. Seqüência execução do algoritmo desenvolvido	36
Figura 9. Resistividades atribuídas as malhas para simulação 1(esquerda) e 2(direita). As resistividades e cores apresentadas são relativas para efeitos de visualização.	37
Figura 10. Injeção de corrente no eletrodo 1	38
Figura 11. Injeção de corrente no eletrodo 2	38
Figura 12. A seqüência acontece sucessivamente até o 32º eletrodo. Injeção de corrente no eletrodo 27	39
Figura 13. Injeção de corrente no eletrodo 28. Pode-se observar uma alteração no potencial do domínio na região de resistividade alterada como mostra a região circulada.	39
Figura 14. Imagem das resistividades do domínio gerada pelo algoritmo	40
Figura 15. Variação do parâmetro sigma. $\sigma = 2$ (esquerda) $\sigma = 8$ (direita)	41
Figura 16. Variação do parâmetro W. $W = 0.15$ (esquerda), $W = 0.3$ (centro), $W = 0.7$ (direita)	42
Figura 17. Variação do parâmetro α . $\alpha = 10^{-4}$ (esquerda), $\alpha = 10^{-5}$ (centro), $\alpha = 5 \cdot 10^{-5}$ (direita)	42
Figura 18. Variação do parâmetro β . $\beta = 0.0005$ (esquerda), $\beta = 0.005$ (direita).....	42
Figura 19. Melhor imagem gerada com os coeficiente selecionados. Unidades em Ω	43
Figura 19. Imagem da cuba e do elemento cilíndrico que simula a região afetada	44
Figura 20. Imagens obtidas a partir de dados experimentados. Imagem com coeficientes aleatórios(direita) e imagem com os coeficientes selecionados pelas simulações (direita)	44
Figura 20. Modelo da cabeça adotado.....	46
Figura 21. Modelo do eletrodo 3D em elementos finitos.....	46
Figura 22. Modelo da cabeça com eletrodos(esquerda) e malha da cabeça(direita).....	46
Figura 23. Resistividades atribuídas a malha para simulação. Nó terra(verde) e concentração sanguínea(vermelho)	47
Figura 24. Cortes de secção nas alturas 3,75 mm (esquerda) e 4,25 mm (direita) em relação ao nó terra	47
Figura 26. Imagens da experimentação e coleta de dados	48
Figura 25. Distribuição de resistividade para $z = 20$ e $z = 50$ mm.....	49
Figura 26. Distribuição de resistividade para $z = 75$ e $z = 100$ mm.....	49
Figura 27. Distribuição de resistividade para $z = 125$ e $z = 150$ mm.....	49
Figura 28. Distribuição de resistividade para $z = 175$ e $z = 200$ mm.....	50
Figura 29. Distribuição de resistividade para $z = 250$ e $z = 300$ mm.....	50

1. Introdução

A tomografia de impedância elétrica (TIE) é uma técnica não invasiva que objetiva construir imagens do interior de um determinado domínio a partir das suas propriedades eletromagnéticas. Ela é baseada na medida dos potenciais elétricos na superfície desse domínio. A partir desses potenciais, a condutividade elétrica, no interior desse domínio, pode ser estimada. A TIE tem sido aplicada em vários campos: obtenção de imagens de fluxos multifásicos em dutos (FEHMERS, 2003), análise da queima de combustível no interior das câmaras de combustão (WATERFALL, 1996), imagens do magma vulcânico usando eletrodos colocados em perfurações na terra (MYER, 2006), procura de minas terrestres em campos minados (CHURCH). Na medicina, a TIE tem sido pesquisada desde a década de 80 e já encontra aplicações clínicas como monitoramento do esvaziamento gástrico, monitoramento do fluxo sanguíneo no coração, detecção de sangramento cerebral em recém-nascidos e detecção de alterações pulmonares (CHENEY, ISAACSON NEWELL, 1999).

Uma importante aplicação que vem sendo vislumbrada para a TIE é o monitoramento da perfusão de sangue no cérebro. A TIE tem o potencial de distinguir entre acidentes vasculares isquêmicos (AVCI's) e acidentes vasculares hemorrágicos (AVCH's) com base na mudança do padrão de condutividade do tecido cerebral (HOLDER, 2006). Tal distinção é importante para o tratamento imediato do paciente com diagnóstico de acidente vascular cerebral (AVC) e quanto maior a rapidez nessa diferenciação, maiores a chance de reversão do quadro clínico (SOCIEDADE BRASILEIRA DE DOENCAS CEREBROVASCULARES, 2002).

1.1 Histórico

A obtenção de registros de atividades cerebrais, com métodos não invasivos, vem sendo tentada de longas datas. Em 1929, Hans Berger obteve pela primeira vez os registros de atividades neuronais através da observação dos potenciais gerados. Anteriormente, o cérebro humano era estudado apenas após o óbito e os achados eram correlacionados com o quadro clínico do paciente. Em 1956, o britânico W.

Gray Walter criou o toposcópio, um antecessor do eletroencefalograma, que tornava possível detectar atividade elétrica normal e anormal ajudando no diagnóstico de algumas doenças como epilepsia e tumores cerebrais. Porém, o equipamento era muito grande e dispendioso para se tornar comercialmente viável. Sua aplicação efetiva só se tornou possível no final da década de 70, quando houve barateamento e miniaturização de componentes eletrônicos, sendo possível, assim, o desenvolvimento do eletroencefalograma (SABBATINI). Mas esses métodos não obtinham imagens, detectavam apenas a atividade elétrica dos neurônios.

Por outro lado, as primeiras imagens do interior do crânio foram obtidas com uma técnica chamada pneumoencefalografia (ou ventriculografia). Em 1919, o neurocirurgião Walter Dandy obteve imagens cerebrais por essa técnica em que se retirava o líquido e este era substituído por algum tipo de gás. Em seguida, uma radiografia convencional do crânio era obtida (CYBER MUSEUM OF NEUROSURGERY). Essa técnica foi utilizada por décadas e foi totalmente abandonada por ter grande incidência de complicações e desconforto para o paciente e pela entrada em operação da tomografia computadorizada na década de 70. Godfrey N. Hounsfield juntamente com A. M Cormack receberam o prêmio Nobel por essa invenção. Nesta técnica a região de interesse do corpo é exposta a feixes de raios-X, em diferentes incidências, e, com o auxílio de um algoritmo de reconstrução, a imagem é obtida (HERMAN, 1980).

Com a tomografia computadorizada, imagens cerebrais nítidas puderam ser obtidas e diagnósticos precisos também se tornaram possíveis: tumores cerebrais, hemorragias intracranianas, acidentes vasculares, hidrocefalia, por exemplo. No caso de AVC's, a tomografia se tornou muito importante. na descoberta de suas causas: isquêmicas ou hemorrágicas. Tal diferenciação é de grande importância para o tratamento e quanto mais rápida e objetiva for, maiores as chances de sobrevivência sem seqüelas neurológicas (Sociedade Brasileira de Doenças Cerebrovasculares, 2002).

No início dos anos 80, a tomografia de impedância elétrica passou a ser estudada e a se tornar uma alternativa potencial às técnicas tradicionais. A obtenção de imagens cerebrais com o objetivo de diferenciação dos tipos de AVC tem sido pesquisada por Holder.

2. Motivação

Nos casos de AVC isquêmico (AVCI), o fluxo sanguíneo para uma parte do cérebro é interrompida e os neurônios param de realizar as trocas de nutrientes necessários para o seu funcionamento (oxigênio e glicose) e sua função fica comprometida. Com o isso, o paciente apresenta um quadro clínico variável, súbito ou não, conforme o local do cérebro afetado, que pode incluir confusão mental, dificuldade na fala, cegueira, paralisia dos músculos do corpo e morte.

Para tratamento do AVCI, o ativador de plasminogênio tissular (rt-PA) é uma medicação que pode restabelecer o fluxo sanguíneo na região afetada, quando administrado até 3 horas após o início dos sintomas. Mas para poder ser usado, qualquer indício de hemorragia cerebral deve ser descartada. Daí a necessidade de um exame de imagem para se diferenciar as causas do AVC (SOCIEDADE BRASILEIRA DE DOENÇAS CEREBROVASCULARES, 2002). A disponibilidade imediata de aparelhos de tomografia computadorizada ou ressonância magnética nem sempre é possível, levando ao retardo no diagnóstico e nos cuidados subsequentes (HOLDER).

Sabe-se que a impedância do cérebro é determinada pelos volumes relativos de várias estruturas que têm diferentes resistividades: neurônios, líquido, sangue. A mudança em algum desses componentes afetará a impedância do cérebro (HOLDER, 2001). A impedância do sangue é aproximadamente um quarto da impedância do tecido cerebral (XU, 2004). Com isso, alterações de perfusão cerebral, como um entupimento arterial ou um extravasamento de sangue para fora das artérias, poderiam causar uma alteração perceptível na impedância do cérebro. Do mesmo modo, atividade cerebral como epilepsia ou potencial evocado também poderiam ser detectados pela mudança de impedância local.

O desenvolvimento de um equipamento simples, portátil, rápido e fácil de ser utilizado é de grande importância para que os diagnósticos sejam feitos de forma mais rápida possível, beneficiando, assim, o tratamento do paciente, que terá mais chance de se recuperar com um mínimo de seqüelas (XU, 2004). A TIE apresenta essas características e poderia tornar o acesso ao tratamento de AVCI's mais rápido e fácil. Porém, algumas considerações devem ser feitas: as imagens da TIE não

apresentam a mesma precisão e nitidez da tomografia convencional e a obtenção de imagens cerebrais pela TIE é dificultada devido à presença do crânio (osso possui condutividade elétrica muito baixa) (HOLDER, 2001), além de serem necessários algoritmos bastante complexos para a geração de imagens.

Apesar de conter algumas desvantagens, a TIE pode ser um instrumento poderoso para a detecção de alterações da perfusão cerebral. Somado a isso, a TIE é não invasiva, não possui nenhum efeito colateral ou que cause lesão aos tecidos, e pode ser aplicada por dias seguidos na mesma região (LIMA, 2006; RIBEIRO, 2004).

3. Objetivo

O objetivo deste trabalho é gerar de imagens de tomografia por impedância elétrica através da escolha de um método de geração de imagens e do desenvolvimento de um programa. Este programa deve, com os dados de potencial elétrico e corrente recolhidos pelo aparelho, auxiliar na estimação da variação de resistividade no cérebro síncrono com a perfusão de sangue.

Como o objetivo deste trabalho foca-se na geração de imagens e de um código funcional, o estudo e desenvolvimento da aparelhagem experimental, assim como refinamento e otimização dos métodos numéricos estão fora do escopo. Desta maneira procurou-se adaptar o tomógrafo de impedância para imagens pulmonares já existente, além de adotar as soluções de implementação com maior grau de simplicidade.

4. Revisão da Literatura

4.1 Anatomia

O cérebro humano é uma estrutura heterogênea formado por bilhões de células nervosas que se organizam de forma diferente conforme a região observada. Essas células se diferenciam em muitos tipos, porém as principais são:

- a) *Neurônios*: células responsáveis pela condução de impulsos elétricos. São formados pelo corpo celular onde se encontram as estruturas metabólicas da célula, o núcleo com o DNA e o citoplasma; o axônio, estrutura única que corresponde a um prolongamento do corpo celular na direção de propagação do impulso nervoso e dendritos, milhares de ramificações que recebem sinais de outros neurônios (GUYTON, 1996);
- b) *Células da Glia*: células que fornecem sustentação, reparação e nutrição aos neurônios.

Além dessas células características do sistema nervoso central, no cérebro encontram-se estruturas vasculares (artérias, arteríolas, veias) e todos os seus componentes celulares: células endoteliais (revestimento interno dos vasos sanguíneos), células musculares lisas, etc.

Macroscopicamente o cérebro se compõe de diversas estruturas. É formado por dois hemisférios que se interconectam por meio de uma estrutura chamada corpo caloso. Os hemisférios são aparentemente simétricos e têm a função de controlar a parte contralateral do corpo na qual estão localizados. Observa-se externamente uma grande quantidade de circunvoluções que são os locais do cérebro onde estão os corpos celulares dos neurônios e seus dendritos, formando aí a substância cinzenta. Abaixo dessa camada, os prolongamentos celulares (axônios) dão origem à substância branca. Próxima à linha média, existem os ventrículos laterais, estruturas repletas de líquido. Existem outros ventrículos também na região posterior próxima ao cerebelo e ao tronco cerebral.

A irrigação vascular do cérebro é feita por quatro artérias principais: duas artérias carótidas, que entram no crânio pela parte anterior, e duas artérias vertebrais, que acessam o crânio pela coluna vertebral, se fundem tornando-se uma

artéria única chamada basilar. No interior do crânio, as artérias carótidas e basilar se tornam comunicantes formando uma estrutura chamada polígono de Willis (ou círculo arterioso. A partir do círculo arterioso originam-se as artérias: cerebral anterior, cerebral média e cerebral posterior, que irão irrigar as partes anterior, média e posterior do cérebro, respectivamente. A drenagem do sangue no cérebro é feita por veias que levam o sangue até estruturas, na base do crânio, chamadas 'seios'. Os seios principais são: sagital - localizado na parte superior da estrutura que divide os hemisférios cerebrais -, seio sigmóide, transverso, cavernoso e petroso - localizados na base do crânio (SOBOTTA, 1995). A partir dos seios, o sangue é drenado para as veias jugulares que, então, deixam o crânio).

Exteriormente ao cérebro há um conjunto de membranas (3) que envolvem toda estrutura do encéfalo com função de proteção: as meninges. Além dessas estruturas, há o crânio (ossos), tecido celular subcutâneo (gordura) e pele.

4.2 A Tomografia de Impedância Elétrica

A Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) é uma técnica explorada desde o início da década de 80 e que vem se tornando uma alternativa em potencial às técnicas tradicionais. A TIE estima a distribuição de condutividades no interior de um corpo mediante informação de tensões elétricas medidas na parte externa do corpo. A corrente elétrica é aplicada nos eletrodos seguindo certo padrão de excitação, que pode ser adjacente ou diametral. No padrão adjacente, a corrente elétrica entra por um eletrodo e sai por outro eletrodo vizinho (BARBER, 1989; ISAACSON; CHENEY; NEWELL, 1992). Já, no padrão diametral, a corrente elétrica entra por um eletrodo e sai por outro diametralmente oposto (CHENEY; ISAACSON, 1992; AVIS; BARBER, 1994). Em ambos os padrões o par de eletrodos excitado é alternado sucessivamente em torno da seção transversal do corpo até se obter um conjunto de observações linearmente independentes, determinados pelo número de eletrodos utilizados (SEAGAR; BABER; BROWN, 1987; TANG., 2002). Assim, o aumento da resolução da imagem na TIE está relacionado com a quantidade de informação de potenciais elétricos obtidos no contorno do domínio submetido à tomografia (FUKS, 1991; TANG, 2002).

Conhecendo-se os valores de potenciais elétricos, medidos nos eletrodos, um computador acoplado ao hardware da TIE recebe os valores das tensões lidos pelo sistema de aquisição de dados e por meio de um algoritmo de reconstrução procede à estimação da distribuição de condutividades no interior da seção do corpo, associando a uma imagem gráfica (GISSER, 1988; RIGAUD, 1993).

Aspectos teóricos da obtenção de imagem através da TIE mostram que é possível estimar uma distribuição uniforme de condutividades oriundas de materiais isotrópicos a partir de medidas de tensões, desde que essas medidas sejam infinitamente precisas e tomadas em todos os pontos do contorno da seção do corpo (KOHN; VOGELIUS, 1984, 1985; SYLVESTER; UHLMANN, 1986, 1987). Porém, na prática, essas condições não são atingíveis devido às limitações em se medir de forma precisa os valores de tensões por meio do aparato eletrônico utilizado na TIE (METHERALL, 1998; BERTEMES-FILHO, 2002), de onde se extrai um número finito de medições de voltagens através de um número determinado de eletrodos em torno da seção do corpo (TANG, 2002).

Geralmente na TIE, aplica-se corrente elétrica alternada (AC) (LAWRENCE, 1996). Em aplicações médicas, a corrente contínua (DC) provoca corrosão no eletrodo, devido uma ação eletrolítica no contato do eletrodo com a pele do paciente, podendo causar a formação de úlceras de pele na região do contato (BROWN, 1983). A faixa de intensidade e frequência de corrente alternada aplicada na TIE varia conforme a aplicação da TIE. Por exemplo, nas aplicações para a área médica, a intensidade e frequência variam de 1 a 10 mA (miliampére) e 10 kHz a 1 MHz, respectivamente (NEWELL; GISSER; ISAACSON, 1988).

4.3 Equacionamento

A obtenção de imagens pela TIE é feita calculando-se a distribuição de resistividade elétrica no interior do domínio. Neste trabalho, o domínio estudado é a cabeça, mais especificamente as estruturas intracranianas

Admitindo que o campo eletrostático resultante obedeça às equações de Maxwell, algumas hipóteses precisam ser adotadas para simplificar a resolução do problema: a frequência da corrente elétrica é considerada baixa, o domínio é um

condutor iônico e possui permeabilidade muito baixa e pode ser desconsiderada (LIMA, 2006).

Assim, as equações de Maxwell que governam as propriedades elétricas do meio condutivo podem ser escritas da seguinte forma (HAYT, 1986):

$$\nabla \cdot E = \frac{\hat{\rho}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (1)$$

$$\nabla \times E = 0 \quad (2)$$

Onde E é o campo elétrico, $\hat{\rho}$ é a densidade de carga, ε_r é a permissividade relativa e ε_0 é a permissividade específica.

O campo elétrico pode ser escrito como:

$$E = -\nabla \phi \quad (3)$$

E também pela lei de ohm:

$$E = \frac{J}{\sigma} \quad (4)$$

Sendo ϕ o potencial elétrico, J a densidade de corrente e σ a condutividade. Admitindo que não haja nenhuma fonte de corrente interna:

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (5)$$

Resulta-se na equação de Poisson:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad (6)$$

A equação de Poisson, acima, possui infinitos σ que são soluções. Para se limitar à quantidade de soluções, impõem-se condições de contorno que podem ser modeladas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \sigma \frac{\partial y}{\partial x} = Ji, & \text{no } i - \text{esimo nó} \\ 0, & \text{nos demais nós} \end{cases} \quad (7)$$

Com esse modelo, procede-se a uma modelagem do domínio em elementos finitos com objetivo de se obter os valores dos potenciais elétricos no interior para assim se estimar a resistividade das estruturas internas.

4.4 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico para resolução de problemas de valor de contorno (PVC) que envolvem equações diferenciais. Devido à dificuldade analítica de resolução desses problemas, a aproximação numérica se mostra uma ferramenta de resolução robusta e precisa.

Em linhas gerais, o MEF propõe a divisão do domínio em finitos elementos menores e sua resolução seguindo a mesma equação do fenômeno que rege o problema maior. Cada elemento menor é então aproximado da equação que rege o fenômeno por uma função interpoladora. Dadas as condições de contorno e montados todos os elementos, o problema é resolvido e as funções interpoladoras são definidas.

O problema da resistividade assemelha-se a um problema de condução de calor, em que as temperaturas representam os potenciais e elétricos e o fluxo de calor a corrente. Por serem semelhantes, as soluções também serão. No caso da TIE a equação a ser resolvida unidirecionalmente é:

$$\frac{d}{dx} \left(\sigma \frac{d\phi}{dx} \right) = 0 \quad (8)$$

O problema consiste em determinar uma função $\phi = \phi(x)$ satisfazendo a equação acima. Pode-se observar, entretanto, que podem existir infinitas soluções para o problema, já que ele ainda não foi totalmente definido. As informações faltantes estão associadas a valores de ϕ e suas derivadas no intervalo do domínio. Assim, essas informações são denominadas condições de contorno, e para o nosso problema são informações de potencial e corrente nos eletrodos.

Esse problema de equações diferenças com condições de contorno é conhecido como problema de valor de contorno (PVC). A resolução analítica de problemas diferenciais não é simples e pode até não ser encontrada, nesses casos é necessária a determinação de soluções aproximadas que possam resolvê-los.

Para problemas PVC existem diversos métodos variacionais de solução como o método dos mínimos quadrados, o método dos resíduos ponderados e o método dos elementos finitos. O método propõe uma aproximação para ϕ tal que:

$$\phi_n = \sum_{i=1}^n N_i \phi_i \quad (9)$$

E ϕ_n se aproxime de ϕ , quando $n \rightarrow \infty$, garantindo assim a convergência. Dessa maneira, chega-se a um sistema de equações algébricas cuja solução determina o valor dos coeficientes da combinação de funções que melhor se aproxima da solução exata.

O método dos elementos finitos é um método variacional que pode ser facilmente implementado computacionalmente para problemas maiores e mais complexos com a matemática bem estabelecida. Uma das deficiências desse método é a dificuldade em se programar condições contínuas como a conservação de massa. (RIBEIRO, 2004)

A fim de atender os objetivos e gerar imagens de formas simples, será utilizado elementos triangulares de três nós em coordenadas globais para o problema em duas dimensões e elementos tetraédricos de quatro nós para o problema em três dimensões, também em coordenadas globais. Assim, esses elementos têm interpolação linear entre dois nós. Estas simplificações possibilitam a resolução da matriz de rigidez analiticamente sem a necessidade do cálculo de matrizes inversas e integrais, reduzindo o custo computacional.

A matriz K então pode ser calculada a partir da expressão dos princípios dos potenciais virtuais de cada elemento:

$$\int \nabla \phi^T \sigma \nabla \phi \, dV = \int \bar{\phi}_{vir} I_n \, dS \quad (10)$$

Com

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

E

$$\nabla \phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_3}{\partial z} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{bmatrix} = B \cdot \phi \quad (12)$$

Onde ϕ é o potencial elétrico, I_n a densidade de corrente na direção do versor \mathbf{n} e φ é a resistividade.

Então a integral anterior fica:

$$\varphi^T \int B^T \sigma B dV \varphi = \int \bar{\phi}_{vir} I_n dS \quad (13)$$

Assim, a matriz de condutividade será:

$$k = \int B^T \sigma B dV \quad (14)$$

4.4.1 Elemento Triangular

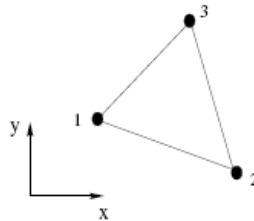


Figura 1. Elemento triangular plano.

Para um elemento triangular as funções de forma segundo Lima (2006) são:

$$N_1 = \alpha_1 + \beta_1 x + \gamma_1 y \quad (15)$$

$$N_2 = \alpha_2 + \beta_2 x + \gamma_2 y \quad (16)$$

$$N_3 = \alpha_3 + \beta_3 x + \gamma_3 y \quad (17)$$

Onde:

$$\alpha_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2, \quad \beta_1 = y_2 - y_3 \quad e \quad \gamma_1 = x_3 - x_2 \quad (18)$$

$$\alpha_2 = x_3 y_1 - x_1 y_3, \quad \beta_2 = y_3 - y_1 \quad e \quad \gamma_2 = x_1 - x_3 \quad (19)$$

$$\alpha_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1, \quad \beta_3 = y_1 - y_2 \quad e \quad \gamma_3 = x_2 - x_1 \quad (20)$$

Então a matriz de condutividade fica:

$$k_{(e)} = \frac{\sigma_x}{4A_{(e)}} \begin{bmatrix} \beta_1^2 & \beta_1 \beta_2 & \beta_1 \beta_3 \\ \beta_1 \beta_2 & \beta_2^2 & \beta_2 \beta_3 \\ \beta_1 \beta_3 & \beta_2 \beta_3 & \beta_3^2 \end{bmatrix} + \frac{\sigma_y}{4A_{(e)}} \begin{bmatrix} \gamma_1^2 & \gamma_1 \gamma_2 & \gamma_1 \gamma_3 \\ \gamma_1 \gamma_2 & \gamma_2^2 & \gamma_2 \gamma_3 \\ \gamma_1 \gamma_3 & \gamma_2 \gamma_3 & \gamma_3^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

e

$$A_{(e)} = 1/2 [\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3] \quad (22)$$

$$\phi_{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (23)$$

Onde σ_x é a condutividade elétrica na direção x e σ_y na direção y. $A_{(e)}$ é a área do elemento triangular.

Assim, podem-se juntar as matrizes $k_{(e)}$ e $\phi_{(e)}$ formando a matriz global K e ϕ , e o sistema:

$$K\phi = I \quad (24)$$

Esse é um sistema de equações lineares que pode ser resolvido computacionalmente.

4.4.2 Elemento tetraédrico

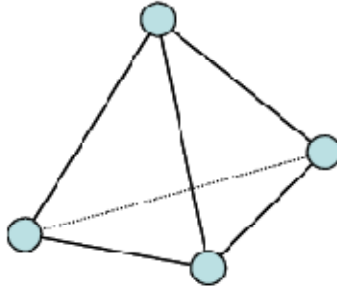


Figura 2. Elemento tetraédrico tridimensional

Seguindo a mesma formulação do elemento triangular, para um elemento tetraédrico de quatro nós, as funções de aproximação devem ser lineares e segundo (LOGAN, 1997) são:

$$N_1 = \frac{\alpha_1 + \beta_1 x + \gamma_1 y + \delta_1 z}{V} \quad (25)$$

$$N_2 = \frac{\alpha_2 + \beta_2 x + \gamma_2 y + \delta_2 z}{V} \quad (26)$$

$$N_3 = \frac{\alpha_3 + \beta_3 x + \gamma_3 y + \delta_3 z}{V} \quad (27)$$

$$N_4 = \frac{\alpha_4 + \beta_4 x + \gamma_4 y + \delta_4 z}{V} \quad (28)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= x_2 y_3 z_4 + x_4 y_2 z_3 + x_3 y_4 z_2 - x_4 y_3 z_2 - x_2 y_4 z_3 - x_3 y_2 z_4 \\ \alpha_2 &= -x_1 y_3 z_4 - x_4 y_1 z_3 - x_3 y_4 z_1 + x_4 y_3 z_1 + x_1 y_4 z_3 + x_3 y_1 z_4 \\ \alpha_3 &= x_1 y_2 z_4 + x_4 y_1 z_2 + x_2 y_4 z_1 - x_4 y_2 z_1 - x_1 y_4 z_2 - x_2 y_1 z_4 \\ \alpha_4 &= -x_1 y_2 z_3 - x_3 y_1 z_2 - x_2 y_3 z_1 + x_3 y_2 z_1 + x_1 y_3 z_2 + x_2 y_1 z_3 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -y_3 z_4 - y_2 z_3 - y_4 z_2 + y_3 z_2 + y_4 z_3 + y_2 z_4 \\ \beta_2 &= y_3 z_4 + y_1 z_3 + y_4 z_1 - y_3 z_1 - y_4 z_3 - y_1 z_4 \\ \beta_3 &= -y_2 z_4 - y_1 z_2 - y_4 z_1 + y_2 z_1 + y_4 z_2 + y_1 z_4 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\beta_4 = y_2 z_3 + y_1 z_2 + y_3 z_1 - y_2 z_1 - y_3 z_2 - y_1 z_3$$

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= x_3 z_4 + x_2 z_3 + x_4 z_2 - x_3 z_2 - x_4 z_3 - x_2 z_4 \\ \gamma_2 &= -x_3 z_4 - x_1 z_3 - x_4 z_1 + x_3 z_1 + x_4 z_3 + x_1 z_4 \\ \gamma_3 &= x_2 z_4 + x_1 z_2 + x_4 z_1 - x_2 z_1 - x_4 z_2 - x_1 z_4 \\ \gamma_4 &= -x_2 z_3 - x_1 z_2 - x_3 z_1 + x_2 z_1 + x_3 z_2 + x_1 z_3\end{aligned}\tag{31}$$

$$\begin{aligned}\delta_1 &= -x_3 y_4 - x_2 y_3 - x_4 y_2 + x_3 y_2 + x_4 y_3 + x_2 y_4 \\ \delta_2 &= x_3 y_4 + x_1 y_3 + x_4 y_1 - x_3 y_1 - x_4 y_3 - x_1 y_4 \\ \delta_3 &= -x_2 y_4 - x_1 y_2 - x_4 y_1 + x_2 y_1 + x_4 y_2 + x_1 y_4 \\ \delta_4 &= x_2 y_3 + x_1 y_2 + x_3 y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - x_1 y_3\end{aligned}\tag{32}$$

e

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}\tag{33}$$

Assim, a matriz de resistividade pode ser escrita como a integral:

$$k = \int B^T \sigma B dV\tag{34}$$

Onde

$$B = \frac{1}{V} \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \end{bmatrix}\tag{35}$$

4.5 O eletrodo

As medições dos potenciais realizadas pelos eletrodos são sensíveis à impedância de contato entre pele e eletrodo porque são altas a impedância de contato e a densidade de corrente. Para aprimorar a avaliação do potencial nesta

região, são usados modelos de eletrodos grandes compostos por dois elementos e seis nós seguindo a proposição de *Finite Element Modelling of Electrode-Skin Contact Impedance in Electrical Impedance Tomography* (HUA;WEBSTER; TOMPKINS, 1993). A figura abaixo mostra o modelo do eletrodo utilizado:

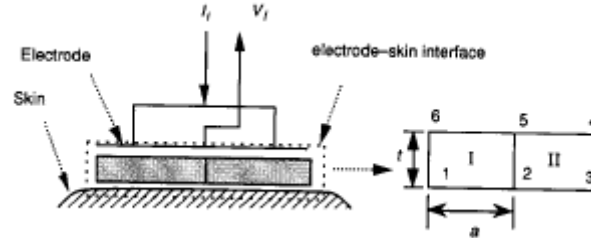


Figura 3. Modelagem do eletrodo em elementos finitos. (Figura retirada de HUA)

E a matriz de rigidez destes elementos fica:

$$\frac{1}{3t\rho} \begin{bmatrix} a & \frac{a}{2} & 0 & -\frac{3a}{2} \\ \frac{a}{2} & 2a & \frac{a}{2} & -3a \\ 0 & \frac{a}{2} & a & 3a \\ -\frac{3a}{2} & -3a & -\frac{3a}{2} & 6a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_i \end{bmatrix} \quad (36)$$

Este modelo de eletrodo foi adaptado para que a malha fosse triangular ou tetraédrica. Alguns elementos entre a pele e o eletrodo foram adicionados a fim de representar a resistência de contato e do eletrodo. Estes elementos ainda serviram para compatibilizar o elemento do eletrodo (único onde a corrente entra por apenas 1 nó) e os elementos menores mais refinados representado a pele.

4.6 O algoritmo da TIE

Existem diversos métodos para resolver o problema da geração de imagens na TIE. Os métodos relativos (imagens relativas) são aqueles que fornecem a imagem de variações de condutividade no interior do domínio quase em tempo real, enquanto que os métodos absolutos (imagens estáticas) fornecem uma imagem de valores absolutos de condutividade, porém num tempo de resolução maior.

Os algoritmos de reconstrução de imagens na tomografia devem solucionar o problema direto e o problema inverso (LIMA, 2006). No problema direto, dado as fontes de fenômenos físicos e a distribuição de propriedades materiais da seção do corpo, calcula-se o sinal de resposta correspondente às fontes. Na TIE o problema direto determina a distribuição de potenciais elétricos produzido, dado um carregamento elétrico aplicado e as propriedades de condutividade do material da seção do corpo (YORKEY; WEBSTER; TOMPKINS, 1987).

A solução do problema inverso corresponde a se obter uma estimativa da condutividade da seção do corpo, a partir das tensões medidas no contorno. Mas o problema inverso da TIE é mal-posto, assim, existem infinitas soluções (SYLVESTER; UHLMANN, 1987; GISSER; ISAACSON; NEWELL, 1990). Essa característica faz com que a TIE seja bastante dependente do algoritmo de reconstrução utilizado. Dessa forma, ele deve possuir uma regularização para conseguir condicionar melhor a solução do problema (LIMA, 2006).

Desde o advento da TIE, vários e diferentes algoritmos de reconstrução de imagem são aplicados para resolver o problema inverso e não-linear da TIE. Os algoritmos de reconstrução para a TIE podem ser divididos em duas classes: algoritmos não-iterativos e algoritmos iterativos (LIMA, 2006).

Os algoritmos não-iterativos baseiam-se em aproximações lineares do problema inverso da TIE e na hipótese de distribuição homogênea de condutividades (LEWITT, 1983; BORCEA, 2002). Eles desprezam o efeito da não-linearidade do problema de obtenção de imagem na TIE, porém são atrativos porque lidam com formulações matemáticas mais simples e são computacionalmente rápidos, obtendo dezenas de imagens por segundo. Entre os algoritmos de reconstrução de imagem classificados como não-iterativos estão os métodos de “backprojection” e variantes (BARBER; BROWN; FREESTON, 1983). A estimativa da distribuição de condutividades através dos algoritmos baseados no “backprojection” segue um princípio similar ao do algoritmo de reconstrução utilizado na tomografia por raios-X, assim, a imagem reproduzida é uma soma de imagens obtidas na região de equipotenciais relevantes (LEWITT, 1983). Outro grupo comum é o constituído por algoritmos baseados na obtenção da matriz de sensibilidades que, multiplicada pelos valores de condutividades estimados, produz os valores de tensões medidas nos eletrodos (MORUCCI, 1994). Desta forma, para se obter uma

imagem, associada à distribuição de condutividades, basta inverter a matriz de sensibilidades (GADD; RECORD; ROLFE, 1992).

Já os algoritmos iterativos convertem o problema não-linear da TIE (maior) numa série de problemas lineares menores e, por meio da solução sucessiva desses problemas menores, buscam a solução do problema maior (SENSOR, 1983). No processo iterativo, inicialmente assume-se uma distribuição de condutividades e para um valor de corrente elétrica conhecida resolve-se as equações de Poisson do domínio condutivo em questão, determinando assim a distribuição de potenciais elétricos desse domínio. Os valores de potenciais encontrados no contorno do domínio são comparados com valores de potenciais elétricos medidos previamente. A diferença entre esses potenciais (medidos e calculados) é utilizada para orientar o algoritmo a buscar, a cada iteração, sucessivamente, a distribuição de potenciais elétricos calculados que mais se aproxima da distribuição de potenciais real do domínio. Cada algoritmo iterativo se diferencia um do outro pela maneira de ajustar os valores de condutividades estimados a cada iteração (BARBER, 1989).

Os algoritmos não-iterativos levam vantagem no que diz respeito à velocidade de obtenção de imagem, porém ignoram o efeito da não-linearidade do problema de obtenção de imagem na TIE, levando à imprecisão da estimativa obtida. Os algoritmos iterativos são mais sensíveis a ruídos nos dados fornecidos ao algoritmo e a imagem é obtida num tempo maior, contudo, permitem estimar valores absolutos de condutividades com uma precisão maior.

4.7 Matriz de sensibilidades – Método da caixa-preta

O método da matriz de sensibilidades tem como objetivo encontrar o quanto cada elemento do domínio é sensível a uma pequena variação do potencial elétrico na borda do domínio. Este elemento é resultado da discretização do domínio pelo método dos elementos finitos. Tal método tem o seguinte modelo matemático (NAN, 2005):

$$\delta U = S \delta \sigma \quad (37)$$

Onde δU é a variação do potencial elétrico, S é a matriz de sensibilidade e $\delta \sigma$ é a variação de condutividade.

Para a identificação da matriz de sensibilidade usamos o método chamado caixa preta. Tal método tem como princípio que se imagens boas representadas por variações relativas de resistividade, e medidas boas, representadas por variações relativas de potenciais nos eletrodos estão disponíveis, então a matriz que relaciona medidas com imagens pode ser estimada. A partir destes conjuntos de informações, o método estima a matriz B diretamente (matriz caixa-preta). Para esse cálculo assume-se linearidade entre variação de resistividade elétrica e variação de potencial nos eletrodos.

Para determinação de B assume-se uma distribuição de resistividade inicial que será usada como referência. A partir dessa referência, os potenciais elétricos são calculados usando o modelo de elementos finitos. A equação do problema direto é:

$$[Y] * [U_i] = [c_j] \quad (38)$$

Onde U_i é o vetor de tensões associados a i nós, e c_j é o vetor de correntes associado a j padrões de corrente. Uma perturbação na resistividade é imposta a cada elemento finito (um por vez). Os potenciais nos eletrodos são então calculados e normalizados com relação ao potencial inicial (de referência). Arranjam-se os potenciais perturbados em vetores e forma-se uma matriz de potenciais de forma que cada coluna desta matriz é um vetor de potencial perturbado normalizado. Com a matriz de potencial perturbado e a matriz de perturbação da resistividade, pode-se estimar a matriz B.

4.7.1 Determinação de B

Para se determinar a matriz B o procedimento é:

- a. Considera-se uma resistividade conhecida em cada um dos n elementos discretizados do modelo de elementos finitos, organizando-os em um vetor ρ^0 . Faz-se a linearização através da expansão de Taylor em torno de ρ^0 .

b. Os padrões de corrente são denominados $\{c_j\}_{e \times 1}$ para $j = 1, 2, 3, \dots, e$. Tal que e é o número de padrões de corrente;

c. Determina-se o potencial de referência nos eletrodos, U_j^0 , pelo problema direto:

$$\mathbf{Y}|_{\rho^0} U_j^0 = c_j; \quad j = 1, 2, \dots, e. \quad (39)$$

d. Perturba-se com valor conhecido a resistividade do i -ésimo elemento de ρ^0 , denominado por $\delta\rho_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$;

e. Formam-se vetores $\{\delta\rho_i\}_{n \times 1}$ onde todos os elementos são nulos, exceto o i -ésimo elemento que contém $\delta\rho_i$;

f. Os potenciais nos eletrodos, $\{U_j^i\}$ relacionados com a perturbação da resistividade $\delta\rho_i$ são determinados pelo problema direto, para cada padrão de corrente c_j ;

$$\mathbf{Y}|_{(\rho^0 + \delta\rho_i)} U_j^i = c_j; \quad j = 1, 2, \dots, e; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (40)$$

g. Seja $\{U^0\}_{e^2 \times 1}$ um vetor formado pelo $\{U_j^i\}_{e \times 1}$ para $j = 1, 2, \dots, e$, tal que,

$$U^0 = \begin{bmatrix} U_1^0 \\ U_2^0 \\ \vdots \\ U_e^0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

h. Seja $\{U^i\}_{e^2 \times 1}$ um vetor formado por $\{U_j^i\}_{e \times 1}$ para $j = 1, 2, \dots, e$, tal que,

$$U^i = \begin{bmatrix} U_1^i \\ U_2^i \\ \vdots \\ U_e^i \end{bmatrix} \quad (42)$$

i. Forma-se um vetor normalizado $\{\Psi^i\}_{n \times 1}$ em que cada elemento $i = 1, 2, \dots, n$ é:

$$\{\Psi^i\}_j = \frac{\delta\rho_j^i}{\rho_j^0} \quad (43)$$

j. Forma-se o vetor normalizado $\{\Theta^i\}_{e^2 \times 1}$ em que cada elemento $i = 1, 2, \dots, e$ é:

$$\{\Theta^i\}_{e^2 \times 1} = \frac{U^i - U_j^0}{U_j^0} \quad (44)$$

k. A matriz $\frac{(\rho^i - \rho^0)_j}{\rho_j^0}$ $n \times n$ é então definida (é uma matriz diagonal):

$$\Psi_{n \times n} = [\Psi^1 \quad \dots \quad \Psi^i \quad \dots \quad \Psi^n] \quad (45)$$

l. A matriz $\{\Theta\}_{e^2 \times n}$ é definida como:

$$\{\Theta\}_{e^2 \times n} = [\Theta^1 \quad \dots \quad \Theta^i \quad \dots \quad \Theta^n] \quad (46)$$

m. Como cada coluna de Ψ é uma imagem e pode ser relacionada com a coluna de Θ por uma matriz B da seguinte forma:

$$\Psi_{n \times n} = \mathbf{B}_{n \times e^2} \Theta_{e^2 \times n} \quad (47)$$

n. Determina-se a matriz B que minimiza um índice de erro a ser determinado.

Com a matriz B determinada, a estimativa de uma imagem de diferenças é feita multiplicando-se B e o vetor de variação de potenciais normalizado relacionado a cada padrão de corrente de acordo com a equação abaixo:

$$\Delta \rho = \mathbf{B} \Delta v \quad (48)$$

Onde $\{\Delta \rho\}_{n \times 1}$ é construído de forma que seu i-ésimo elemento é $\frac{(\rho^i - \rho^0)_j}{\rho_j^0}$ para $i = 1, 2, \dots, n$, e $\{\Delta v\}_{e^2 \times 1}$ é tal que o j-ésimo elemento é $\frac{(v - v^0)_j}{v_j^0}$ para $j = 1, 2, \dots, e^2$.

4.7.2 Índice de erro

Para a obtenção da matriz B a partir das matrizes Ψ e Θ , deve-se minimizar um índice de erro (NAN, 2005). O índice adotado é:

$$IE = tr \{ \mathbf{E}^T \mathbf{E} + \alpha \mathbf{B}_i^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{B}_i + \beta \mathbf{B}_i^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{B}_i \} \quad (49)$$

Onde:

$$\mathbf{E} = \Theta(\Psi - \mathbf{B}\Theta) \quad (50)$$

No cálculo deste índice observamos a presença de dois termos: $\mathbf{F}^T \mathbf{F}$ e $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ que são as regularizações utilizadas para aprimorar a imagem final.

O mínimo índice de erro ocorre quando:

$$\mathbf{B} = (\Theta^T \Theta + \alpha \mathbf{F}^T \mathbf{F} + \beta \mathbf{M}^T \mathbf{M}) \Psi \Theta \quad (51)$$

4.7.3 Regularizações

Na estimação das imagens são utilizadas duas regularizações:

- 1) $\mathbf{F}^T \mathbf{F}$ é um filtro passa baixa para redução de ruídos;
- 2) $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ é uma matriz de sensibilidade uniforme.

O objetivo da aplicação da regularização $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ é penalizar as informações presentes na borda do domínio e esta penalização está relacionada com a distância normalizada ao centro do domínio.

$$r = \frac{P - O}{r_0} \quad (52)$$

Onde r é a distância normalizada do ponto P, e r_0 a distância do centro até a borda do domínio. A matriz M então é uma matriz diagonal assim construída:

$$M = \begin{pmatrix} r_1^w & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2^w & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r_n^w \end{pmatrix} \quad (53)$$

Com a penalização da borda do domínio a imagem obtida é mais uniforme, pois, na TIE as regiões periféricas são mais sensíveis às variações de resistividade do que as regiões centrais.

4.8 Materiais

Para a realização dos experimentos e coletas de dados foi utilizado um tomógrafo de impedância elétrica desenvolvido na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Inicialmente tal equipamento foi desenvolvido com objetivo de obtenção de imagens torácicas com ênfase no estudo dos pulmões. É constituído de circuitos eletrônicos capazes de emitir corrente elétrica em uma dada frequência por meio de trinta e dois eletrodos. Para se realizar alguma medição, o aparelho impõe uma corrente elétrica por um dos eletrodos, retira por outro (no quinto eletrodo) e mede o potencial elétrico em todos os trinta e dois. Pode-se

selecionar o valor da corrente a ser usada bem como os numero de medidas por segundo que serão gravadas (geralmente 50).



Figura 4. Aparelho utilizado atualmente

5. Metodologia e resultados

Como afirmada anteriormente, foi utilizado o método dos elementos finitos para resolução do problema direto e o método da caixa preta na resolução do problema inverso. Para testes simulados numericamente, foi criada uma malha em duas dimensões representando uma cuba de acrílico utilizada em testes no laboratório. A mesma malha foi usada posteriormente para testes experimentais utilizando tal cuba. Com esse modelo pronto foi desenvolvida a malha em três dimensões para que fosse usada no teste com uma cabeça humana.

5.1 Modelo 2D

Definido os métodos como deveria ser resolvido o problema direto e inverso, uma malha foi construída com elementos planos triangulares. Com o objetivo de criar, desenvolver e validar um algoritmo novo, o modelo reproduziu a cuba de experimentação.

5.1.1 Malha

A malha em duas dimensões foi gerada em formato circular com 300 mm de diâmetro (dimensões da cuba de experimentação). Foram modelados também 32 elementos representando os eletrodos. No total possui 1460 elementos.

A malha gerada pode ser vista na imagem abaixo.

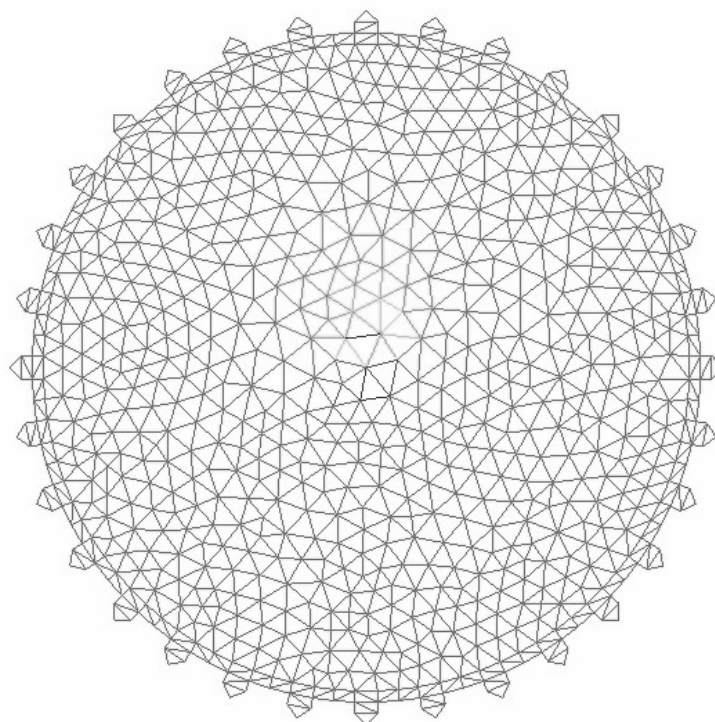


Figura 5. Modelo da malha em elementos finitos

A borda externa que contém contato com o eletrodo foi refinada a fim de garantir a correta aproximação do potencial nesta região.

O eletrodo foi modelado da seguinte maneira:

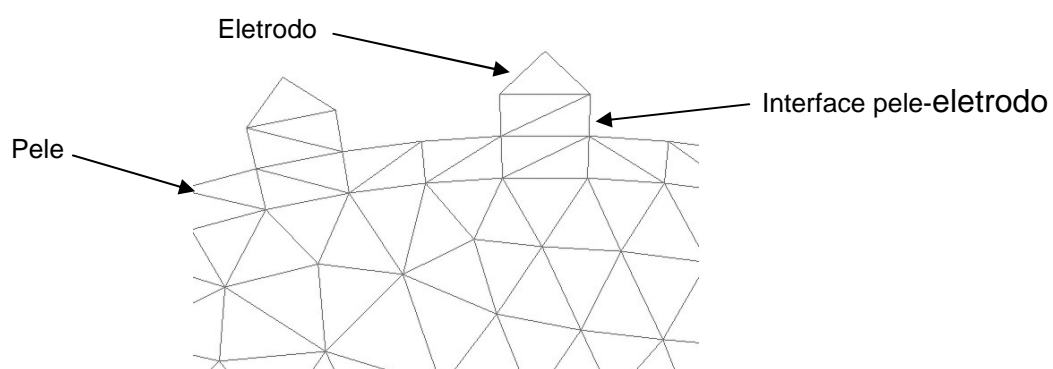


Figura 6. Modelo do eletrodo 2D em elementos finitos

5.1.2 O algoritmo

O algoritmo foi elaborado conforme ilustra o fluxograma abaixo:

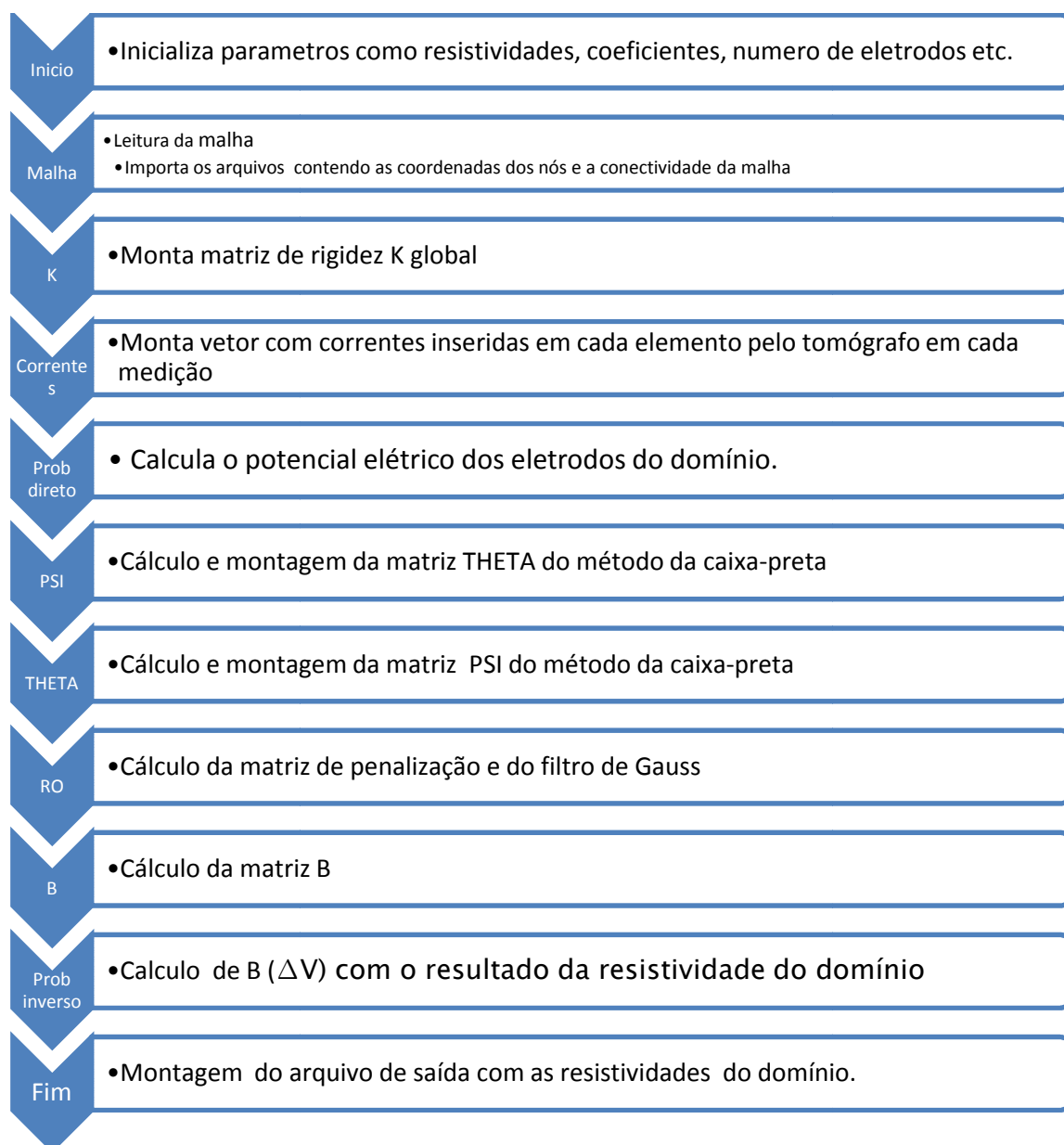


Figura 7. Seqüência execução do algoritmo desenvolvido

5.1.3 Simulação

Antes que fosse realizado um experimento real, uma simulação numérica foi realizada inserindo na malha uma região de pequeno tamanho com a resistividade aumentada. Foi alterada também a resistividade da borda do domínio para ser compatível com a borda da cuba.

Foram realizadas 2 simulações. A primeira com uma alteração de resistividade no canto inferior direito. A segunda simulação é uma região circular

localizada entre o centro e a borda superior da malha e tem como objetivo avaliar a influência dos parâmetros sobre o resultado final (alfa, beta, desvio padrão do filtro de Gauss, etc).

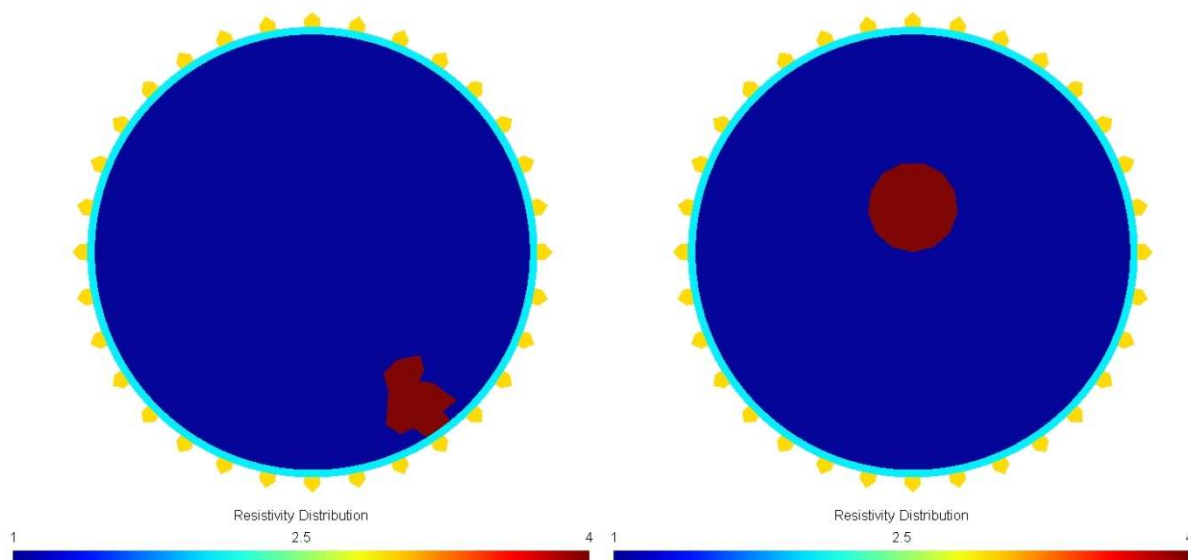


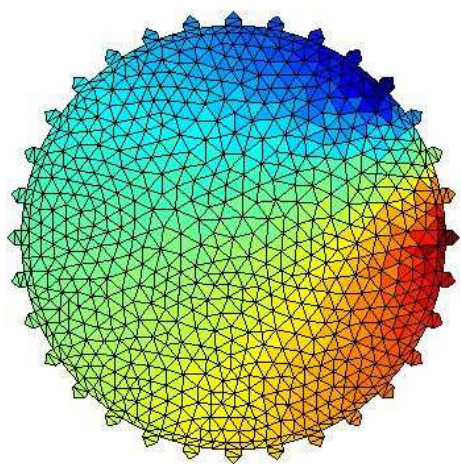
Figura 8. Resistividades atribuídas as malhas para simulação 1(esquerda) e 2(direita). As resistividades e cores apresentadas são relativas para efeitos de visualização.

5.1.4 Resultados

5.1.4.1 Simulação 1 – Alteração na região inferior

Ao se executar o algoritmo desenvolvido com a malha da simulação 1, após a resolução do problema direto foram geradas imagens dos potenciais do domínio em cada injeção de corrente, assim temos:

Distribuição do potencial na malha sem interferências



Distribuição do potencial na malha com perturbação

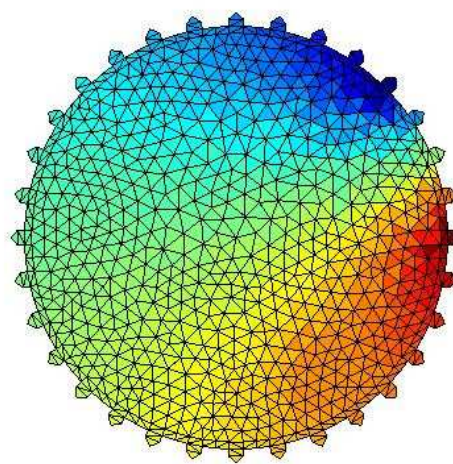
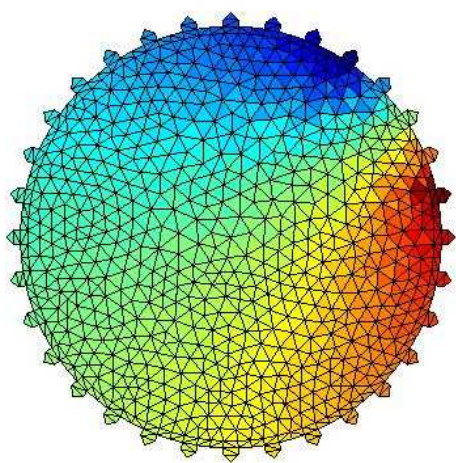


Figura 9. Injeção de corrente no eletrodo 1

Distribuição do potencial na malha sem interferências



Distribuição do potencial na malha com perturbação

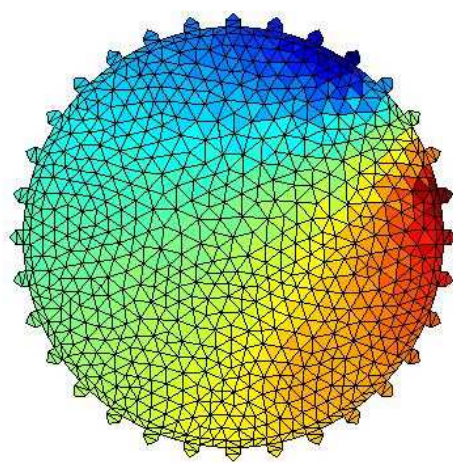
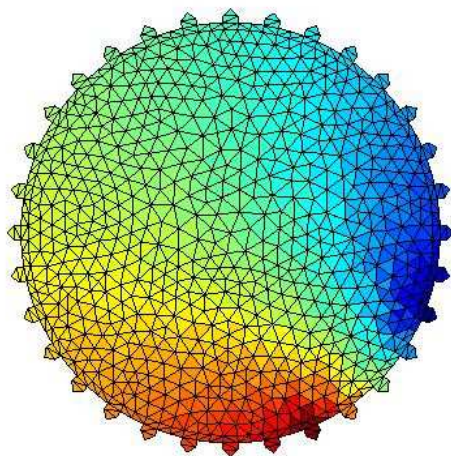


Figura 10. Injeção de corrente no eletrodo 2

Distribuição do potencial na malha sem interferências



Distribuição do potencial na malha com perturbação

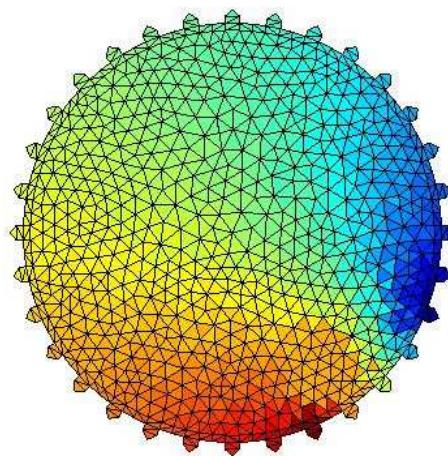
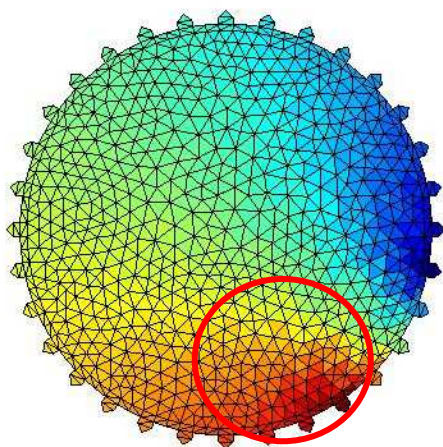


Figura 11. A sequência acontece sucessivamente até o 32º eletrodo. Injeção de corrente no eletrodo 27

Distribuição do potencial na malha sem interferências



Distribuição do potencial na malha com perturbação

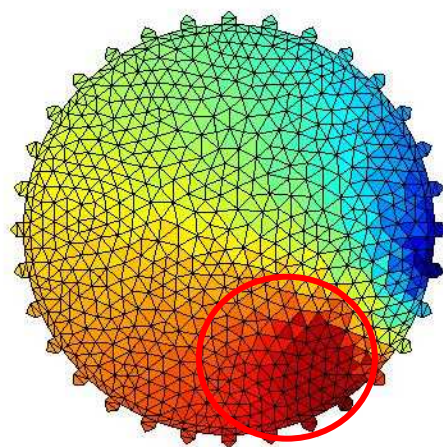


Figura 12. Injeção de corrente no eletrodo 28. Pode-se observar uma alteração no potencial do domínio na região de resistividade alterada como mostra a região circulada.

É possível perceber que a injeção de corrente na malha com perturbação causa uma região de alteração do potencial. É essa alteração que indica que na região existe uma área de resistividade diferente.

Detectada essa alteração do potencial do domínio, é então aplicado o problema inverso que calcula a diferença entre as distribuições com e sem

interferência e é gerada a imagem da resistividade do domínio a partir da matriz B como ilustra a figura abaixo.

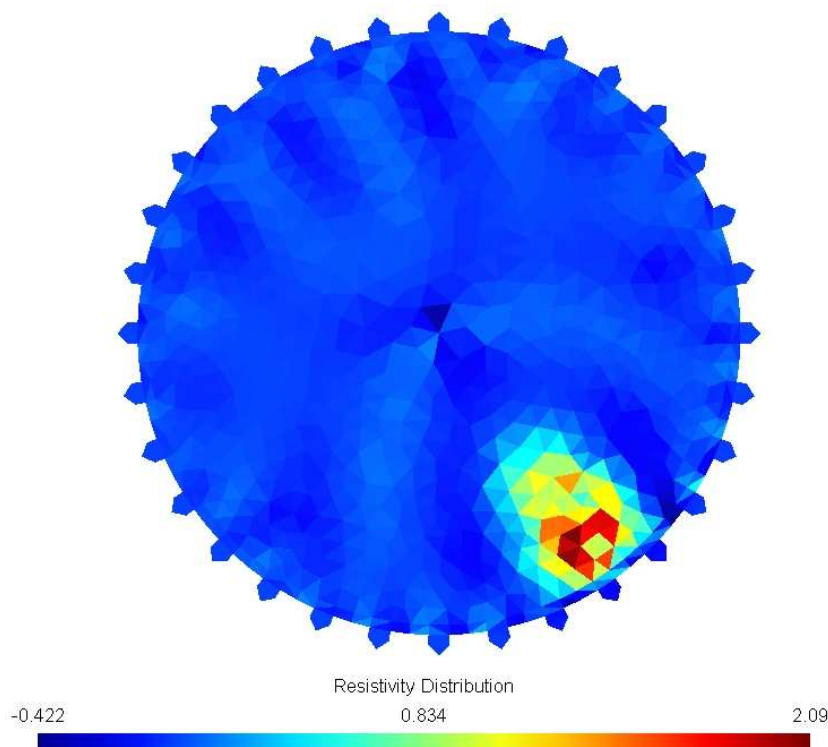


Figura 13. Imagem das resistividades do domínio gerada pelo algoritmo

5.1.4.2 Simulação 2 – Alteração na região superior

Ao se executar o algoritmo para a segunda simulação percebeu-se que a influência dos parâmetros que compõe a matriz da B da caixa-preta. A influência destes parâmetros é diferente para cada cenário de simulação e execução. Eles ainda são dependentes entre si, ou seja, fixar os demais parâmetros e variar um parâmetro por vez não assegura que a melhor influência de cada parâmetro seja a melhor influência de todos os parâmetros juntos.

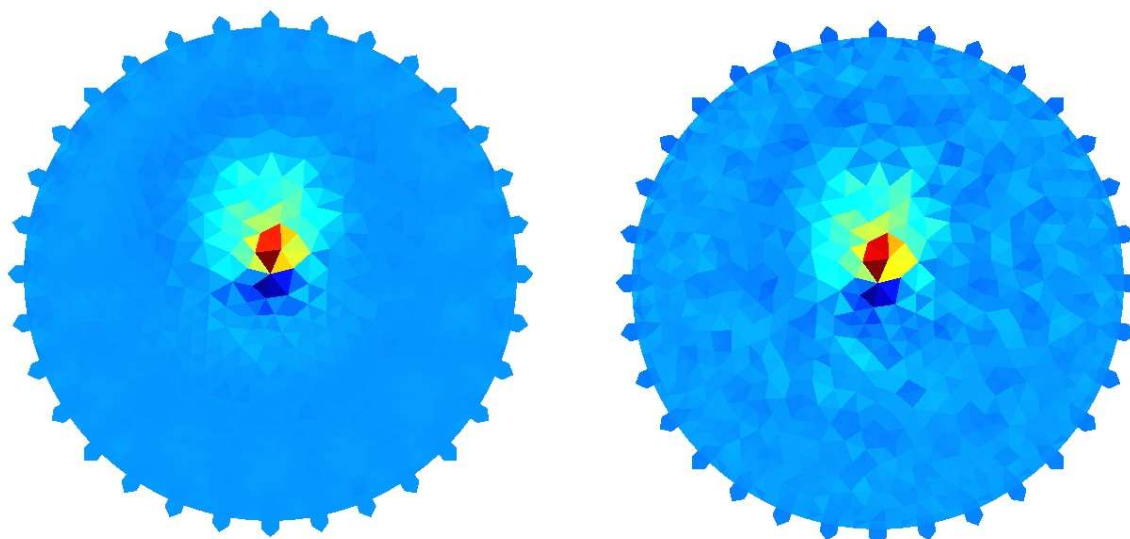
Foram feitas inúmeras simulações a fim de se selecionar um conjunto de parâmetros que tornasse mais precisa a geração da imagem. Esses parâmetros que são:

Tabela 1. Coeficientes e influência na geração da imagem

Coeficiente	Símbolo	Influência
Coeficiente de perturbação	P	Altera a resistividade local durante a construção da matriz PSI
Expoente da matriz de penalização	W	Coeficiente utilizado no calculo da matriz de penalização de elementos distantes do centro da malha
Desvio-padrão do filtro de Gauss	σ	Desvio utilizado no filtro de Gauss (usado para suavizar a imagem)
Coeficiente Alfa	α	Coeficiente de ajuste do filtro de Gauss na matriz B
Coeficiente Beta	β	Coeficiente de ajuste da matriz de penalização na matriz B

Logicamente as matrizes THETA e PSI também são parâmetros que influenciam na geração da imagem, porém, elas não são determinadas arbitrariamente e sim pelas resistividades envolvidas e pelo coeficiente de perturbação para o caso de PSI e pela diferença do potencial basal para o perturbado no caso de THETA.

A variação dos coeficientes pode ser exemplificada baixo para cada simulação. Salienta-se contudo que essa variação é dependente dos demais parâmetros fixados e que para outros valores fixados estas variações teriam comportamentos diferentes.

Figura 14. Variação do parâmetro sigma. $\sigma=2$ (esquerda) $\sigma=8$ (direita)

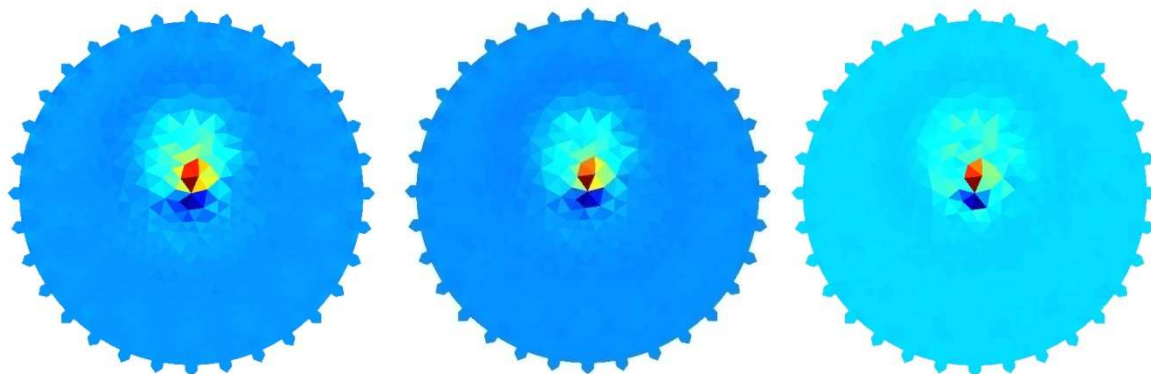


Figura 15. Variação do parâmetro W . $W=0.15$ (esquerda), $W=0.3$ (centro), $W=0.7$ (direita)

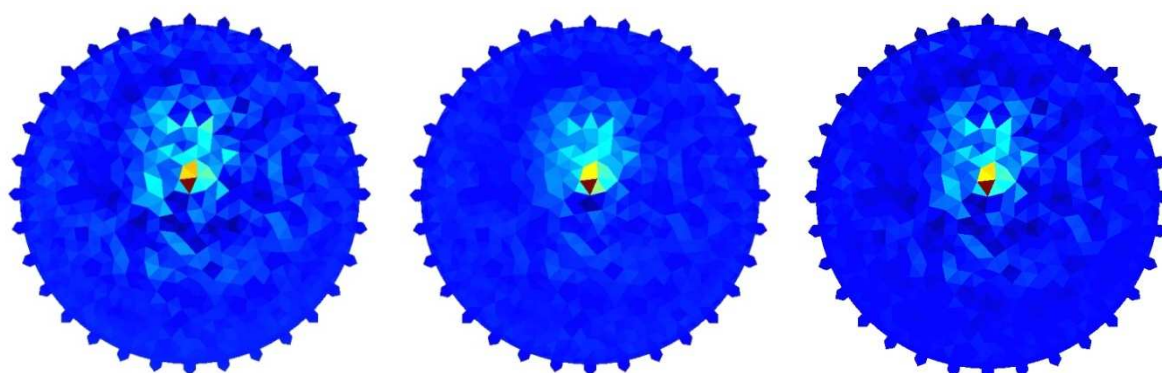


Figura 16. Variação do parâmetro α . $\alpha=10^{-4}$ (esquerda), $\alpha=10^{-5}$ (centro), $\alpha=5 \cdot 10^{-5}$ (direita)

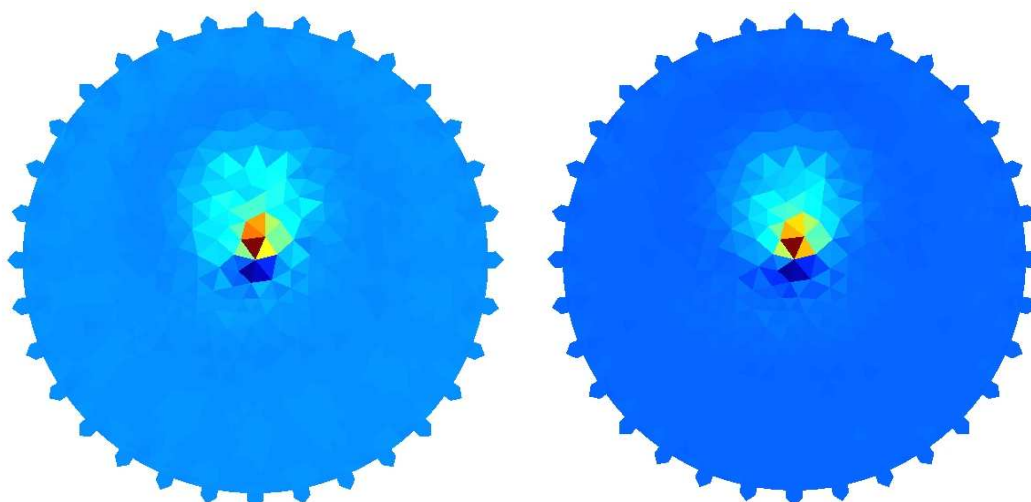
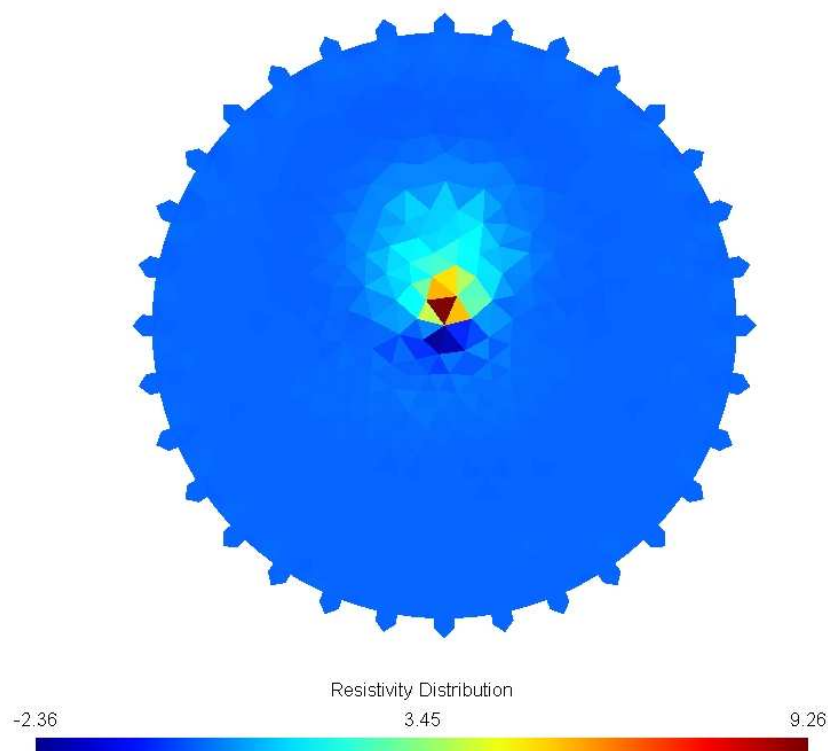


Figura 17. Variação do parâmetro β . $\beta = 0.0005$ (esquerda), $\beta = 0.005$ (direita)

Analisados os coeficientes , adotou-se os seguintes valores para se gerar a melhor imagem:

Tabela 2. Coeficientes adotados para geração da imagem para este cenário

Coef.	Valor
P	0.4
W	0.4
σ	1.5
α	0,00001
β	0.005

Figura 18. Melhor imagem gerada com os coeficiente selecionados. Unidades em Ω

5.1.5 Imagens experimentais

Após a simulação e ajuste dos coeficientes foi ensaiada na cuba de experimentação uma condição similar ao que foi simulado a fim de se observar o funcionamento do programa desenvolvido e o impacto dos coeficientes selecionados.

Na cuba de experimentação colocou-se um elemento cilindro de acrílico no centro da cuba sobre a solução salina.

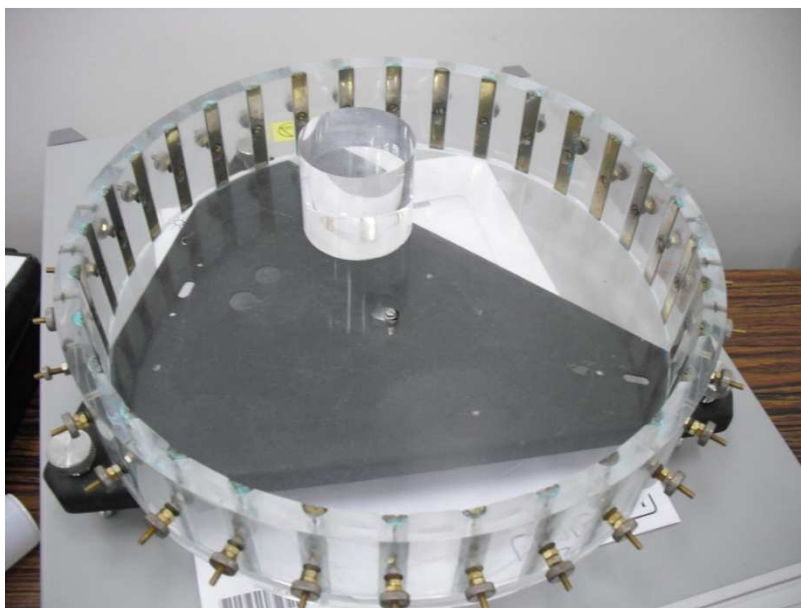


Figura 19. Imagem da cuba e do elemento cilíndrico que simula a região afetada

O resultado utilizando dados reais pode ser visualizado abaixo. Observamos que o algoritmo utilizado consegue mostrar por imagens a correta localização do objeto com bastante qualidade.

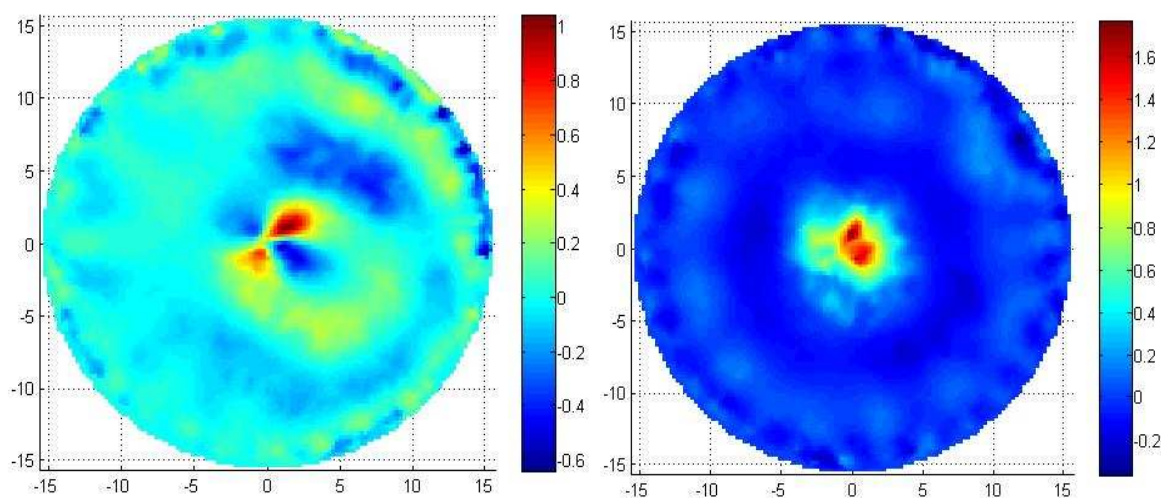


Figura 20. Imagens obtidas a partir de dados experimentados. Imagem com coeficientes aleatórios(direita) e imagem com os coeficientes selecionados pelas simulações (direita)

5.2 Modelo 3D

O modelo em três dimensões segue a mesma seqüência de cálculos do modelo 2D, com a diferença de ter sido acrescentado uma dimensão a mais ao algoritmo.

Desta maneira, o elemento que era plano e triangular passou a ser tetraédrico de 4 nós.

5.2.1 Modelo e malha 3D

Para a experiência com um caso real no modelo 3D, foi convidado um voluntário para realizar a experiência e realizar as medições de corrente e potencial na cabeça.

A proposição inicial do trabalho foi a modelagem da cabeça a partir de imagens de tomografias do voluntário. Porém a modelagem da cabeça com estas imagens se mostrou distorcida, sem referência a uma origem e fora de escala.

Para contornar este obstáculo foi utilizado um modelo utilizando medidas aproximadas da cabeça do voluntário.

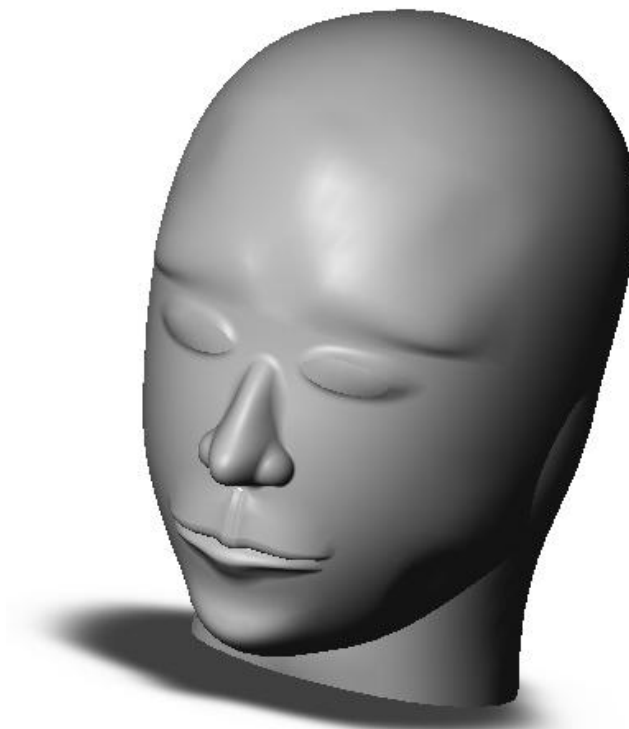
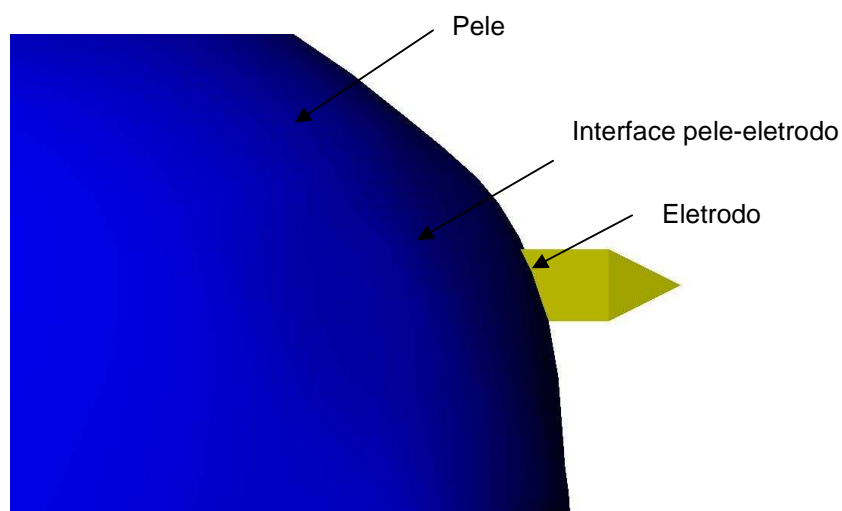
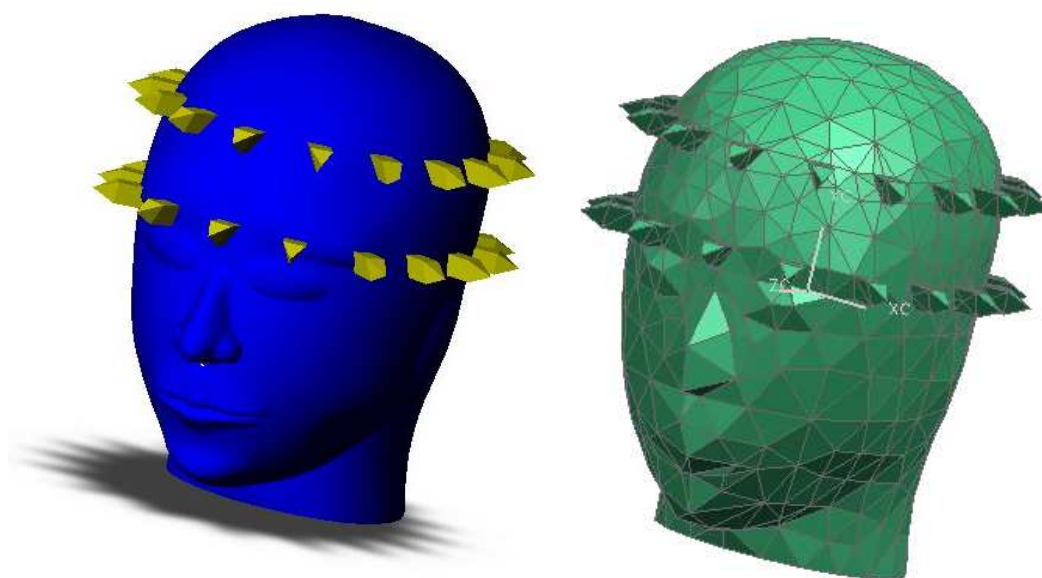


Figura 21. Modelo da cabeça adotado

Para compatibilizar o tamanho de um elemento único representando um eletrodo e a malha mais refinada na borda da cabeça, foi utilizado um elemento de interface pele-eletrodo um pouco mais alongado de forma que o elemento do eletrodo possa encontrar a cabeça em contato com diversos elementos.

**Figura 22. Modelo do eletrodo 3D em elementos finitos****Figura 23. Modelo da cabeça com eletrodos(esquerda) e malha da cabeça(direita)**

5.2.2 Simulação

Para se avaliar a malha e o algoritmo, foi realizada uma simulação considerando a malha da cabeça com uma perturbação na sua resistividade interna representada por uma esfera, como pode se ver na figura 23:

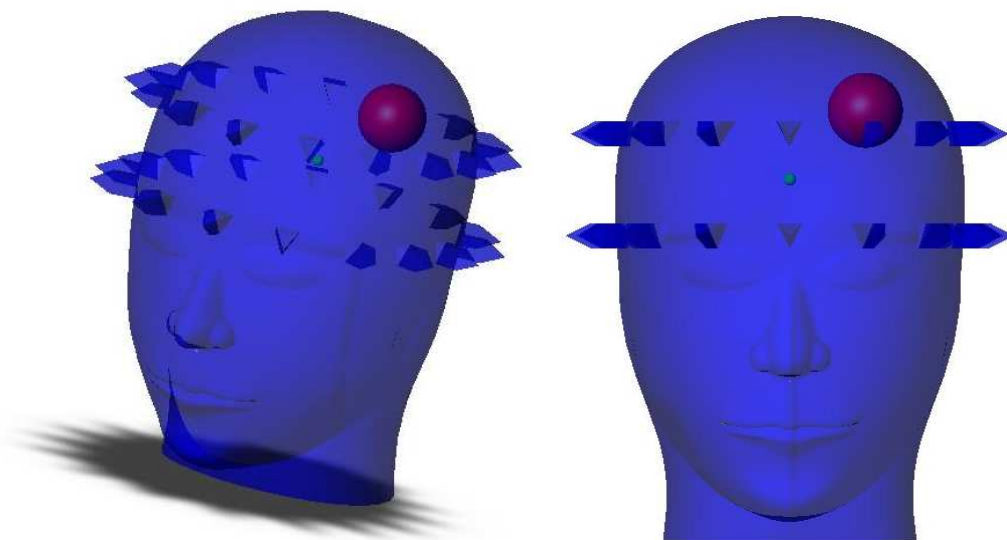


Figura 24. Resistividades atribuídas a malha para simulação. Observa-se a esfera com resistividade diferente do restante.

Observa-se na simulação a localização da perturbação da resistividade (representada em vermelho abaixo). Tanto a alteração da resistividade quanto sua localização foram bem definidas nestas imagens.

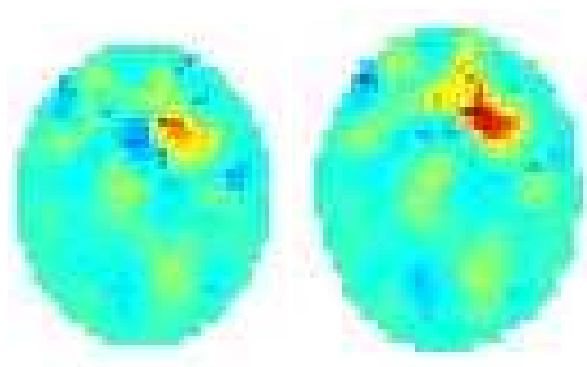


Figura 25. Cortes de secção nas alturas 3,75 mm (esquerda) e 4,25 mm (direita) em relação ao nó terra

5.3 Imagens experimentais

Um voluntário foi submetido à mensuração do potencial elétrico usando 32 eletrodos colocados em sua cabeça. Com os dados dos potenciais obtidos, puderam-se estimar algumas imagens de diferença de resistividade.

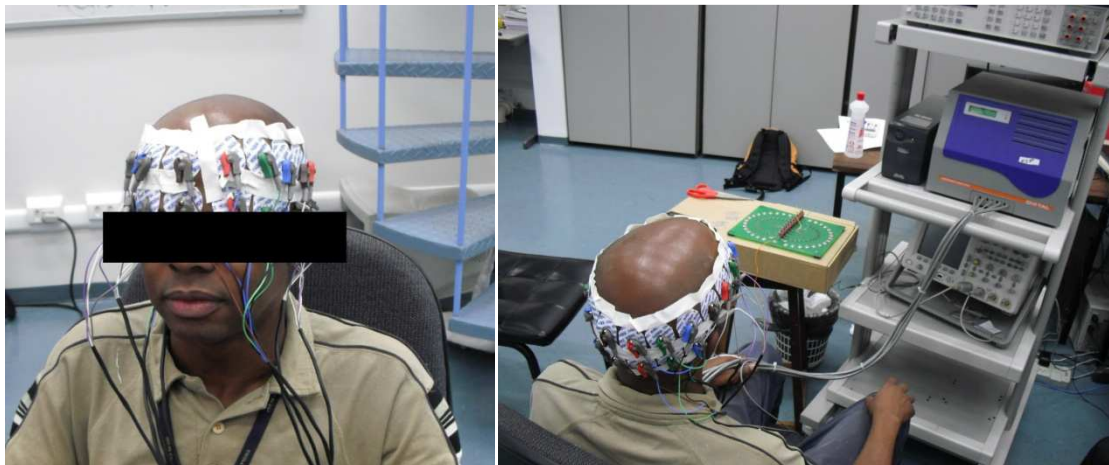


Figura 26. Imagens da experimentação e coleta de dados

Os dados coletados puderam ser analisados e estão representados através de imagens em planos de corte transversais.

Nestas imagens podemos observar as regiões em amarelo e laranja onde houve pequena variação de resistividade na borda do domínio, representando os ossos do crânio. Para o corte de $z = 2$ mm podemos ver a área correspondente à base do crânio. Próximo à essa região estão concentrados os grandes vasos sanguíneos que irrigam o cérebro (artérias) e drenam (veias). Nos cortes sucessivos ascendentes podemos observar uma área avermelhada que representa uma grande alteração de resistividade entre as duas medidas (sístole e diástole). Essa alteração de resistividade pode ser devida à diferença na quantidade de sangue naquela região entre a sístole e diástole cardíaca.



Figura 27. Distribuição de resistividade para $z=2$ e $z=5$ mm

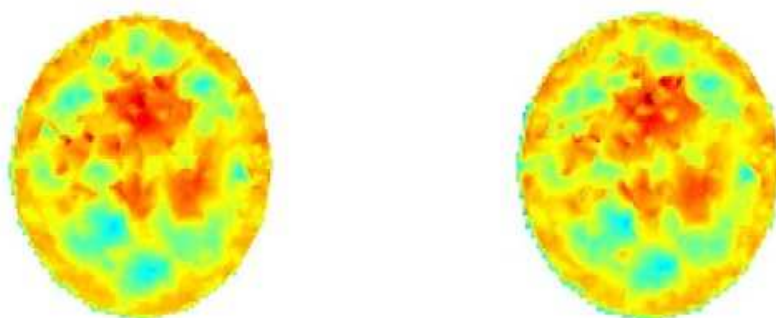


Figura 28. Distribuição de resistividade para $z=7,5$ e $z=10,0$ mm

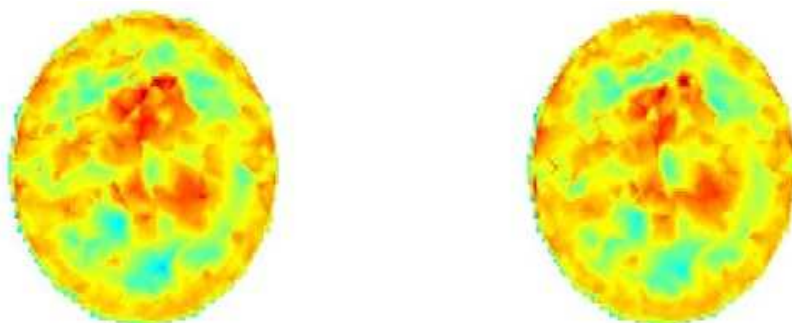


Figura 29. Distribuição de resistividade para $z=12,5$ e $z=15,0$ mm

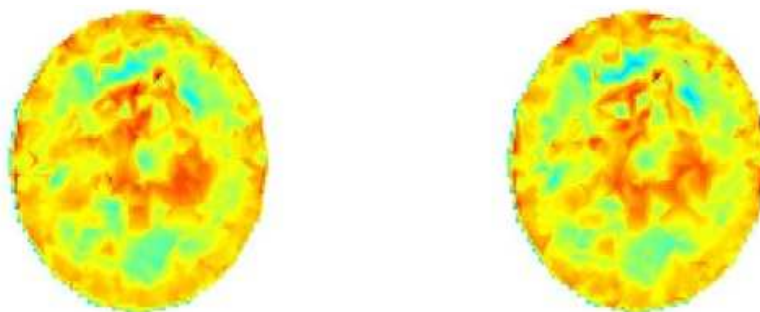


Figura 30. Distribuição de resistividade para $z=17,5$ e $z=20,0$ mm

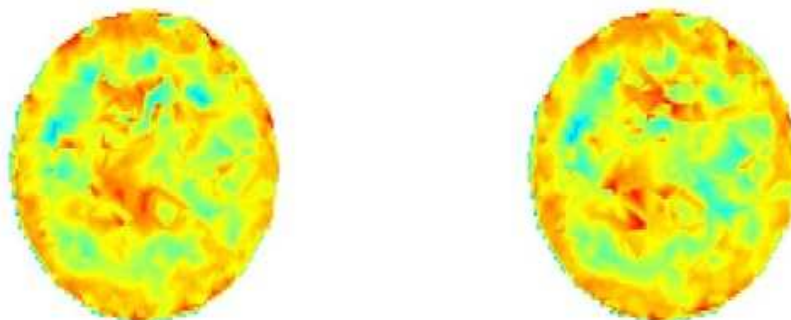


Figura 31. Distribuição de resistividade para $z=25,0$ e $z=30,0$ mm

6. Discussão

O algoritmo gerado é capaz de simular e calcular imagens de resistividades internas de corpos a partir de dados como potencial elétrico e corrente da borda deste corpo.

O algoritmo em duas dimensões apresentou uma precisão considerável em comparação com o caso físico. Tais divergências são advindas da falta de verossimilhança e refinamento da malha que estavam fora do escopo deste trabalho. A melhora na qualidade da imagem pode ser alcançada pela simulação com diferentes coeficientes não testados neste trabalho ou com maiores valores de corrente aplicada, tomando-se o cuidado para não haver saturação na medida dos potenciais. Pode-se observar que a imagem da diferença de resistividades é mais acentuada na base da malha (região vermelha escura). Isso reforça a idéia da alteração de impedância pela perfusão sanguínea, pois na base do crânio é onde estão os principais vasos que chegam para irrigar o cérebro (polígono de Willis). Além disso, a região mais externa (amarelo e laranja claro) tem pouca alteração da impedância, compatível com os ossos do crânio que possuem essa mesma localização.

No algoritmo 3D a não compatibilidade da malha com a as medidas do voluntário pode ter distorcido a imagem em alguns pontos. Porém, pode-se observar

áreas com variação de impedância compatíveis com o tecido presente no local (caso dos ossos do crânio e região com maior fluxo de sangue na base do crânio).

7. Conclusão

Apesar de algumas imperfeições, os resultados atendem com plenitude o escopo deste trabalho que é a avaliação da possibilidade de obtenção de imagens de perfusão sanguínea intracraniana. Estudos posteriores serão necessários para se avaliar com maior precisão as imagens geradas por esse método, seja captando melhores dados, ou mesmo realizando outro processamento como análise de Fourier dos sinais, seja por meio de refinamento da malha ou mesmo o desenvolvimento de algum outro método para obtenção dessas imagens.

8. Referências Bibliográficas

AZEVEDO, A. F. M.. **Método dos elementos finitos**. Disponível em <<http://www.fe.up.pt/~alvaro>>. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Portugal, 2003. Acesso em 20 de abril de 2009.

BARBER, D. C. **A review of image reconstruction techniques for electrical impedance tomography**. *Medical Physics*, v. 16, n. 2, p 162-169, 1989.

BARBER, D. C.; BROWN, B. H.; FREESTON, I. L. **Imaging spatial distributions of resistivity using applied potential tomography**. *Electronic Letters*, v. 19, n. 22, p. 933-935, 1983.

BORCEA, L. **Electrical impedance tomography**. *Inverse Problems*. v. 18, n. 6, p. 99-136, 2002.

CENSOR, Y. **Finite series-expansion reconstruction methods**. Proceedings of the IEEE, v. 71, n. 3, p. 409-419, 1983.

CHENEY, M.; ISAACSON, D. **Distinguishability in impedance imaging**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 39, p. 852-860, 1992.

CHENEY, M.; ISAACSON, D.; NEWELL, J.C. **Electrical impedance tomography**. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1999.

CHURCH, P.M.; WORTY, P.M.; GAGNON, S.; MCFEE, J. **Performance assessment of an electrical impedance tomography detector for mine-like objects**. Defense Research Establishment Suffield DRES.

CYBER MUSEUM OF NEUROSURGERY. Rolling Meadows, IL.USA. Apresenta galerias com os principais feitos de médicos neurologistas/neurocirurgiões. Disponível em <http://www.neurosurgery.org/cybermuseum/artgallery/seletz/room1.htm>. Acesso em 12 de abril de 2009.

FEHMERS, G. **Volumetric flow rates from impedance tomography in oil/gas flows**. 3rd World Congress on Industrial Process Tomography, 2003.

GADD, R.; RECORD, P.; ROLFE, P. **Electrical impedance tomography: A sensitivity region reconstruction algorithm using adjacent drive current injection strategy.** *Clin. Phys. Physiol. Meas*, v. 13, n. 1, p. 101-105, 1992. Suppl A.

GEORGE, D. L.; TORCZYNSKI, J. R.; SHOLLENBERGER, K. A.; OHERN, T. J.; CECCIO, S. L. **Validation of electrical-impedance tomography for measurements of material distribution in two-phase flows.** *International Journal of Multiphase Flow*, 2000.

GUYTON. **Tratado de Fisiologia Médica.** 9ª Edição. Guanabara –Koogan, Rio de Janeiro, 1997.

HAYT, J. W. H. **Eletromagnetism.** New York: McGraw-Hill, Inc., 1986.

HERMAN, G. T. **Image Reconstruction from Projections – The fundamentals of Computerized Tomography.** San Francisco: Academic Press, 1980.

HOLDER, D. S.; ARRIDGE, S. R.; ROMSAUEROVA, A.; GILAD, O.; HORESH, L. **Stroke type detection by Multi-Frequency Electrical Impedance Tomography (MFEIT) – a feasibility study.**

HOLDER, D. S.; BAYFORD, R. H.; GIBSON, A.; TIDSWELL, T. **Three-Dimensional Electrical Impedance Tomography of Human Brain Activity.** *NeuroImage* 13. 283-294, 2001.

LEWITT, R. M. **Reconstruction algorithms: Transform methods.** *Proceedings of the IEEE*, v. 71, n. 3, p. 390-408, 1983.

LIMA, C. R. **Estudo da Obtenção de Imagens de Tomografia de Impedância Elétrica do Pulmão pelo Método de Otimização Topológica.** Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos. São Paulo, 2006.

LOGAN, D. L. **A First Course in the Finite Element Method.** Pacific Grove: Thomson-Engineering, 202.720p.

HUA, P.; WOO, E. J.; WEBSTER, J. G.; TOMPKINS, W. J. **Finite element modeling of electrode skin contact impedance in electrical impedance tomography.** *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 40 n. 4, p. 335-343, 1993.

MORUCCI, J. P.; MARSILI, P. M.; GRANIE, M; SHI, Y.; LEI, M.; DAÍ, W. W. **A direct sensitivity matrix approach for fast reconstruction in electrical impedance tomography.** *Physiological Measurements*, v. 15, n. 6, p. 107-114, 1994. Suppl. 2A.

MYER, D; CONSTABLE, S; KEY, K. **Electrical Impedance Tomography of a Seafloor Volcano.** [S.I.].

NEWELL, J. C.; GISSER, D. G.; ISAACSON, D. **An electric current tomography.** *IEEE Transactions on Medical Engineering*, v. 10, p. 828-32, 1988. BME-35.

NAN, P. C. **Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica para uso Clínico Baseado em Identificação Direta da Matriz de Sensibilidade.** Trabalho de formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica. São Paulo, 2005.

RIBEIRO, F. L. B.. **Introdução ao método dos elementos finitos.** Notas de aula. UFRJ. Rio de Janeiro, 2004.

SABBATINI, R.M.E. **Mapeando o cérebro.** Campinas. Apresenta informações sobre a obtenção de registros elétricos cerebrais. Disponível em <http://www.cerebromente.org.br/n03/tecnologia/historia_p.htm>. Acesso em 18 de abril de 2009.

SOBOTTA. **Atlas de Anatomia Humana.** 20ª Edição. Guanabara-Koogan, Rio de Janeiro, 1995.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE DOENCAS CEREBROVASCULARES. **Primeiro consenso brasileiro para trombólise no acidente vascular cerebral isquêmico agudo.** *Arq. Neuro-Psiquiatr.* [online], vol.60, n.3A, pp. 675-680, 2002

TANG, M. X.; WANG, W.; WHEELER, J.; MCCORMICK, M.; DONG, X. Z. **The number of electrodes and basic functions in eit image reconstruction.** *Physiological Measurement*, v. 23, n. 1, p. 129-140, 2002.

VALLEJO, M. F. M. **Algoritmo de tomografia por impedância elétrica utilizando programação linear como método de busca da imagem.** Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos. São Paulo, 2007.

WATERFALL, R. C.; HE, R.; WHITE, N. B.; BECK, C. M. **Combustion imaging from electrical impedance measurements.** *Meas.Sci Technol*, 1996.

XU, G; YANG, Q.; YANG, S.; LIU, F.; YAN, W. **Electrical Characteristics of Real Head Model Based on Electrical Impedance Tomography**. IEEE Transactions on Applied Superconductivity. Vol.14 No. 2. June 2004.